

Durée : 1h30

Documents autorisés - Calculatrice non autorisée

## Cliques maximales du graphe moralisé et triangulé

1. (3 points) Proposer un arbre de jonction pour le graphe de la figure 1
2. (3 points) Illustrer la propriété d'intersection courante : si deux cliques (pas forcément adjacentes) ont un nœud en commun, alors il existe un chemin dans l'arbre de jonction dont les arêtes sont étiquetées par ce nœud. Expliquer à quoi cette propriété peut servir.

## Greedy Equivalent Search

[Chickering et Meek 2002]<sup>1</sup> ont proposé un algorithme d'apprentissage de structure à base de score ne travaillant pas dans l'espace  $\mathcal{D}$  des graphes orientés sans circuits (DAG, directed acyclic graphs), mais dans l'espace  $\mathcal{E}$  des représentants des classes d'équivalence de Markov. Leur algorithme consiste en deux phases : tout d'abord une recherche gloutonne dans ce nouvel espace utilisant un seul opérateur d'ajout d'arc, puis une fois l'optimal atteint, une autre recherche gloutonne utilisant seulement l'opérateur de suppression d'arc.

1. (4 points) Classe d'équivalence de Markov
  - (a) (4 points) [Gillispie et Lemieux 2001]<sup>2</sup> ont montré que le ratio entre la taille de  $\mathcal{D}$  et celle de  $\mathcal{E}$  semblait converger vers 3.7 lorsque le nombre de variables  $n$  augmentait. Calculez ce ratio pour  $n = 2$  et  $n = 3$ .
2. (10 points) Voisinage
 

Soit le graphe  $G$  de la figure 1 et  $E$  le représentant de sa classe d'équivalence. On définit le voisinage d'un représentant  $E$  par les représentants des classes d'équivalences de tous les graphes obtenus en appliquant l'opérateur considéré à tous les graphes  $G_e$  de la classe d'équivalence  $E$ . Par exemple, si  $E$  est le graphe  $a - b - c$  alors  $G_e$  est l'ensemble  $a \rightarrow b - c$ ,  $a \leftarrow b - c$  et le voisinage de  $E$  obtenu par ajout d'arcs sera  $a - b - c$ ,  $a \rightarrow b \leftarrow c$ ,  $c - a - b$ ,  $c \rightarrow a \leftarrow b$ , alors que le voisinage obtenu par suppression d'arcs sera le graphe vide.

  - (a) (2 points) Quel est le graphe partiellement orienté  $E$  représentant la classe d'équivalence du graphe orienté  $G$  de la figure 1.
  - (b) (2 points) Quels sont tous les graphes orientés  $G_e$  de cette classe d'équivalence.
  - (c) (3 points) Quels sont tous les voisins de  $E$  par ajout d'arc ?
  - (d) (3 points) Quels sont tous les voisins de  $E$  par suppression d'arc ?

<sup>1</sup>Chickering, D. and Meek, C. (2002). Finding optimal bayesian networks. In Darwiche, A. and Friedman, N., editors, Proceedings of the 18th Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence (UAI-02), pages 94-102, S.F., Cal. Morgan Kaufmann Publishers.

<sup>2</sup>Gillispie, S. B. and Lemieux, C. (2001). Enumerating markov equivalence classes of acyclic digraph models. In Uncertainty in Artificial Intelligence : Proceedings of the Seventeenth Conference (UAI-2001), pages 171-177, San Francisco, CA. Morgan Kaufmann Publishers.

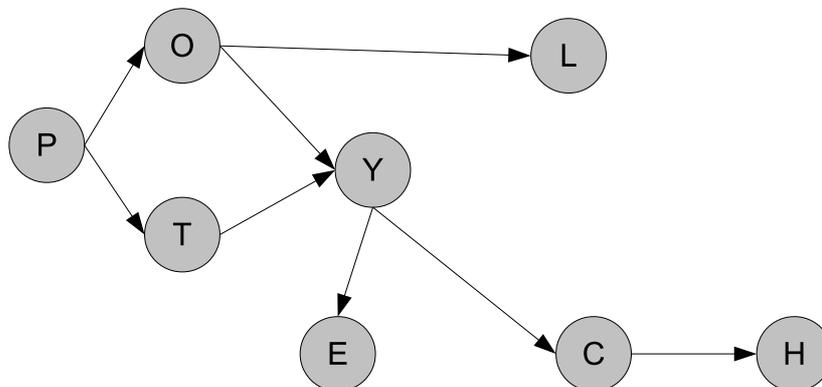


FIG. 1 – Graphe orienté sans circuit  $G$