

Durée : 1h30

Documents autorisés - Calculatrice non autorisée

## Cliques maximales du graphe moralisé et triangulé

- (3 points) Proposer un arbre de jonction pour le graphe de la figure 1
- (3 points) Illustrer la propriété d'intersection courante : si deux cliques (pas forcément adjacentes) ont un nœud en commun, alors il existe un chemin dans l'arbre de jonction dont les arêtes sont étiquetées par ce nœud. Expliquer à quoi cette propriété peut servir.

## Greedy Equivalent Search

[Chickering et Meek 2002]<sup>1</sup> ont proposé un algorithme d'apprentissage de structure à base de score ne travaillant pas dans l'espace  $\mathcal{D}$  des graphes orientés sans circuits (DAG, directed acyclic graphs), mais dans l'espace  $\mathcal{E}$  des représentants des classes d'équivalence de Markov. Leur algorithme consiste en deux phases : tout d'abord une recherche gloutonne dans ce nouvelle espace utilisant un seul opérateur d'ajout d'arc, puis une fois l'optimal atteint, une autre recherche gloutonne utilisant seulement l'opérateur de suppression d'arc.

- (4 points) Classe d'équivalence de Markov
  - (4 points) [Gillispie et Lemieux 2001]<sup>2</sup> ont montré que le ratio entre la taille de  $\mathcal{D}$  et celle de  $\mathcal{E}$  semblait converger vers 3.7 lorsque le nombre de variables  $n$  augmentait. Calculez ce ratio pour  $n = 2$  et  $n = 3$ .
- (10 points) Voisinage
 

Soit le graphe  $G$  de la figure 1 et  $E$  le représentant de sa classe d'équivalence. On définit le voisinage d'un représentant  $E$  par les représentants des classes d'équivalences de tous les graphes obtenus en appliquant l'opérateur considéré à tous les graphes  $G_e$  de la classe d'équivalence  $E$ . Par exemple, si  $E$  est le graphe  $a - b - c$  alors  $G_e$  est l'ensemble  $a \rightarrow b - c$ ,  $a \leftarrow b - c$  et le voisinage de  $E$  obtenu par ajout d'arcs sera  $a - b - c$ ,  $a \rightarrow b \leftarrow c$ ,  $c - a - b$ ,  $c \rightarrow a \leftarrow b$ , alors que le voisinage obtenu par suppression d'arcs sera le graphe vide.

  - (2 points) Quel est le graphe partiellement orienté  $E$  représentant la classe d'équivalence du graphe orienté  $G$  de la figure 1.
  - (2 points) Quels sont tous les graphes orientés  $G_e$  de cette classe d'équivalence.
  - (3 points) Quels sont tous les voisins de  $E$  par ajout d'arc ?
  - (3 points) Quels sont tous les voisins de  $E$  par suppression d'arc ?

<sup>1</sup>Chickering, D. and Meek, C. (2002). Finding optimal bayesian networks. In Darwiche, A. and Friedman, N., editors, Proceedings of the 18th Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence (UAI-02), pages 94-102, S.F., Cal. Morgan Kaufmann Publishers.

<sup>2</sup>Gillispie, S. B. and Lemieux, C. (2001). Enumerating markov equivalence classes of acyclic digraph models. In Uncertainty in Artificial Intelligence : Proceedings of the Seventeenth Conference (UAI-2001), pages 171-177, San Francisco, CA. Morgan Kaufmann Publishers.

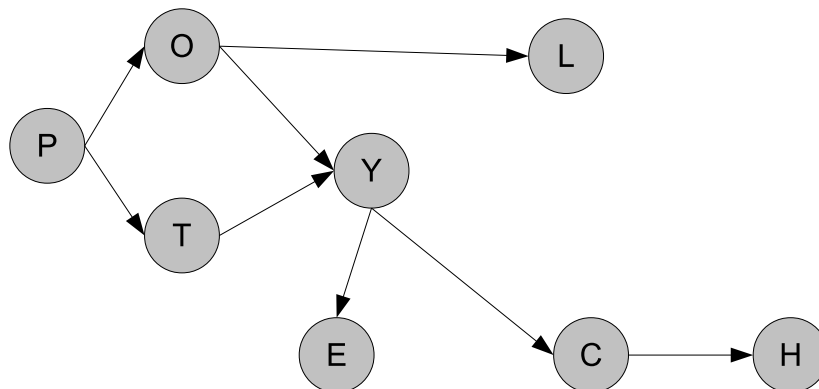


FIG. 1 – Graphe orienté sans circuit  $G$