

Durée : 1h30

Documents autorisés : supports et notes de cours

Promethee I et II¹

Introduction et notations

La méthode PROMETHEE (Preference Ranking Organisation METHod for Enrichment Evaluations) est une méthode basée sur la notion de surclassement, proposée par J.P. Brans en 1982².

Soit A un ensemble fini énuméré de n actions potentielles et $f_j(\cdot)$ ($j = 1$ à k) k critères réels (de pondération w_j , normalisés pour avoir une somme des poids égale à 1). Les alternatives d'un tel problème peuvent être présentées sous la forme d'un tableau comprenant $n \times k$ évaluations.

Les comparaisons par paires entre les actions de A permettent de définir des relations de préférence et d'indifférence par critère : $aP_j b$ ssi $f_j(a) > f_j(b)$ et $aI_j b$ ssi $f_j(a) = f_j(b)$.

Notons maintenant $d_j(a, b) = f_j(a) - f_j(b)$ l'écart entre les deux évaluations.

La relation de dominance est très pauvre et parfois erronée aux yeux du décideur parce qu'il n'est pas tenu compte de l'amplitude des écarts mais seulement de leur signe. Pour l'améliorer, considérons une fonction $P_j(a, b) = P_j(d_j(a, b))$ comprise entre 0 et 1, et donnant le degré de préférence de a sur b en fonction de $d_j(a, b)$. Dans le cas le plus simple (celui aussi vu en cours avec ELECTRE), on définit $P_j(a, b) = 1$ si $f_j(a) > f_j(b)$ et $P_j(a, b) = 0$ sinon (mais il est possible d'utiliser des fonctions plus riches tenant compte d'indifférence ou de niveaux de préférence).

Nous pouvons donc généraliser l'indice de concordance par l'indice de préférence multicritère

$$\pi(a, b) = \sum_j P_j(a, b)w_j$$

La méthode PROMETHEE va alors estimer comment chaque action se comporte face aux $n - 1$ autres en calculant trois flux de surclassement.

Flux de surclassement sortant : $\Phi^+(a) = \frac{1}{n-1} \sum_x \pi(a, x)$

Ce flux exprime le caractère surclassant de l'action a face aux autres actions, ou encore sa puissance.

Flux de surclassement entrant : $\Phi^-(a) = \frac{1}{n-1} \sum_x \pi(x, a)$

Ce flux exprime le caractère surclassé de l'action a face aux autres actions, ou encore sa faiblesse.

Flux de surclassement net : $\Phi(a) = \Phi^+(a) - \Phi^-(a)$

Ce flux net exprime le bilan des flux entrant et sortant de l'action a . Plus $\Phi(a)$ est grand, meilleure est l'action. Le flux net d'une action peut être positif ou négatif (il varie de -1 à 1). S'il est positif, l'action surclasse davantage les autres qu'elle n'est elle-même surclassée, et inversement si le flux net est négatif.

Les flux sortant et entrant permettent de construire (S^+, I^+) et (S^-, I^-) deux préordres complets sur les actions :

— $aS^+ b$ ssi $\Phi^+(a) > \Phi^+(b)$ et $aI^+ b$ ssi $\Phi^+(a) = \Phi^+(b)$.

Une action est d'autant meilleure que son flux sortant est élevé.

— $aS^- b$ ssi $\Phi^-(a) < \Phi^-(b)$ et $aI^- b$ ssi $\Phi^-(a) = \Phi^-(b)$.

Une action est d'autant meilleure que son flux entrant est faible.

PROMETHEE I

PROMETHEE I construit un rangement partiel en prenant l'intersection de ces deux préordres :

— aPb ssi il y a au moins un surclassement de flux : $(aS^+ b \text{ et } aS^- b)$ ou $(aS^+ b \text{ et } aI^- b)$ ou $(aI^+ b \text{ et } aS^- b)$

— aIb ssi $(aI^+ b \text{ et } aI^- b)$

— aRb sinon.

PROMETHEE II

PROMETHEE II fournit un rangement complet des actions (sans incomparabilité) en les triant selon leur valeur décroissante $\Phi(a)$.

1. Cette description est inspirée de celle de M. Dieungang Wekop, Implémentation d'un outil de visualisation de rangements multicritères pour du Webmapping, mémoire de Master, 2008-09, Université Libre de Bruxelles.

2. J. P. Brans. L'ingénierie de la décision. Elaboration d'instruments d'aide à la décision. Méthode PROMETHEE. Université de Laval, 1982.

Choix d'un entrepôt de stockage

Vous devez choisir l'emplacement d'un entrepôt de stockage. L'ensemble des actions potentielles est composé de 6 sites où pourrait éventuellement être construit le dépôt. 6 critères ont été retenus pour l'évaluation de chaque site. On suppose que les critères ont le même poids. Par ailleurs, les critères 1,3,4 et 5 sont à minimiser. En revanche, les critères 2 et 6 sont à maximiser.

L'évaluation de chaque action est donnée dans la matrice suivante.

Critère	min/max	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
f_1	Min	80	65	83	40	52	94
f_2	Max	90	58	60	80	72	96
f_3	Min	6	2	4	10	6	7
f_4	Min	5.5	9.7	7.2	7.5	2.0	3.6
f_5	Min	8	1	4	7	3	5
f_6	Max	5	1	7	10	8	6

TABLE 1 – Matrice de décision

Méthode de surclassement –PROMETHEE I

(16 points)

- (4 points) Calculer les indices de préférence multicritère $\pi(a, b)$ pour toutes les paires de candidats.
- (3 points) Calculer les flux de surclassement sortant et entrant de chaque candidat
- (4 points) Définir les relations de P, I et R associées et le graphe de surclassement correspondant
- (3 points) Que proposez-vous au décideur ?
- (2 points) Quelle étude de robustesse faudrait-il effectuer pour consolider ce résultat ? Donnez des exemples sans faire les calculs.

Méthode de surclassement –PROMETHEE II

(4 points)

- (2 points) Calculer le flux de surclassement net de chaque candidat.
- (2 points) Que proposez-vous au décideur ?