Ph. Leray

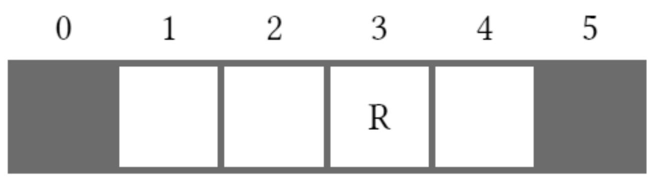
4ème année

Systèmes de Raisonnement Probabiliste – Examen 2017-18

Durée : 1h30	Documents autorisés - Calculatrice autorisée	Votre voisin n'est pas un document

Robby le robot [1]

Un robot se déplace le long d'un couloir unidimensionnel représenté dans la figure ci-dessous, où les cases 1 à 4 sont libres, tandis que les cases 0 et 5 sont bloquées.
A chaque pas de temps t, le robot occupe la position X_t et utilise deux capteurs pour obtenir des observations L_t et R_t sur l'état des cases voisines gauche et droite. Les valeurs des observations sont F (case libre) ou B (case bloquée), mais comme les capteurs sont bruités, leurs résultats sont corrects avec une probabilité $\alpha < 1$.
A chaque étape, le robot se déplace de manière uniforme au hasard vers l'une de ses cases voisines. Si la case cible est bloquée, aucun mouvement n'est effectué.



1. (8 points) **Modèle graphique probabiliste**
   (a) (3 points) Comment décrire graphiquement les dépendances probabilistes entre X_t, R_t et L_t ?
   (b) (1 point) Comment décrire ensuite graphiquement le mouvement du robot, i.e. le lien entre sa position aux instants X_t et X_{t+1} ?
   (c) (4 points) Quel est le réseaux bayésien dynamique ainsi obtenu ? Quels en sont les paramètres ?

2. (8 points) **Inférence probabiliste**
   (a) (2 points) Dérouler ce réseau bayésien dynamique de $t = 0$ à $t = 2$. Pourquoi peut-on appliquer l'algorithme d'inférence *Message Passing* vu en cours ? Quels seraient les autres réseaux bayésiens équivalents au sens de Markov ?
   (b) (4 points) En supposant que le robot est dans la case 3 à l'instant $t = 0$ ($X_0 = 3$), quelle est la distribution a posteriori de sa position à l'instant $t = 1$, sachant que ces capteurs indiquent alors $L_1 = F$ et $R_1 = B$? (Prenez $\alpha = .9$ pour l'application numérique)
   (c) (2 points) et avec les mêmes hypothèses, quelle est la distribution a posteriori de sa position à l'instant $t = 2$?

3. (4 points) **Apprentissage des paramètres**
   (a) (4 points) On aimerait apprendre le paramètre α à partir de données complètes. Comment pourrait-on s'y prendre en appliquant le principe du maximum de vraisemblance ?

1. inspiré de Probabilistic Artificial Intelligence, Final Exam, 2015, Prof. Andreas Krause, ETH Zurich