

Méthodes de distances à une action idéale

Action idéale et action anti-idéale

L'action idéale est l'action maximisant chaque critère individuellement :

$$a^M = (a_1^M, \dots, a_n^M) \text{ où } a_j^M = \max_j a_{ij}$$

L'action anti-idéale est l'action minimisant chaque critère individuellement :

$$a^m = (a_1^m, \dots, a_n^m) \text{ où } a_j^m = \min_j a_{ij}$$

	g_1	g_2	g_3
a_1	55	99	60
a_2	99	100	25
a^M	99	100	60
a^m	55	99	25

Action idéale et action anti-idéale

Sauf pour de très rares exceptions :

- l'action idéale ne fait pas partie de l'ensemble des actions A
- dans le cas contraire le problème de choix serait résolu

⇒ **Cependant on peut essayer de s'en rapprocher, c'est ainsi que l'on appelle aussi a^M point de mire.**

Axiome de Rationalité du choix :

Il est rationnel de choisir l'action qui est la plus proche de l'idéal ou la plus éloignée de l'anti-idéal.

Distance de Minkowski

L'axiome précédent suppose l'utilisation d'une distance

Distance de Minkowski entre deux points de \mathbb{R}^n $x = (x_1, \dots, x_n)$ et $y = (y_1, \dots, y_n)$:

$$d_p = (\sum_{j=1}^n |x_j - y_j|^p)^{1/p}, p \geq 1$$

Valeurs de p les plus utilisées sont :

- $p = 1$, distance rectangulaire : $d_1 = \sum_{j=1}^n |x_j - y_j|$
- $p = 2$, distance euclidienne : $d_2 = \sqrt{\sum_{j=1}^n (x_j - y_j)^2}$
- $p \rightarrow \infty$, distance de Tchebycheff : $m_\infty = \text{Max}_j |x_j - y_j|$

La distance est une fonction décroissante de p : $d_1 \geq d_2 \geq d_\infty$.

Distance pondérée

Distance pondérée entre deux actions $a_1 = (a_{11}, \dots, a_{1n})$ et $a_2 = (a_{21}, \dots, a_{2n})$:

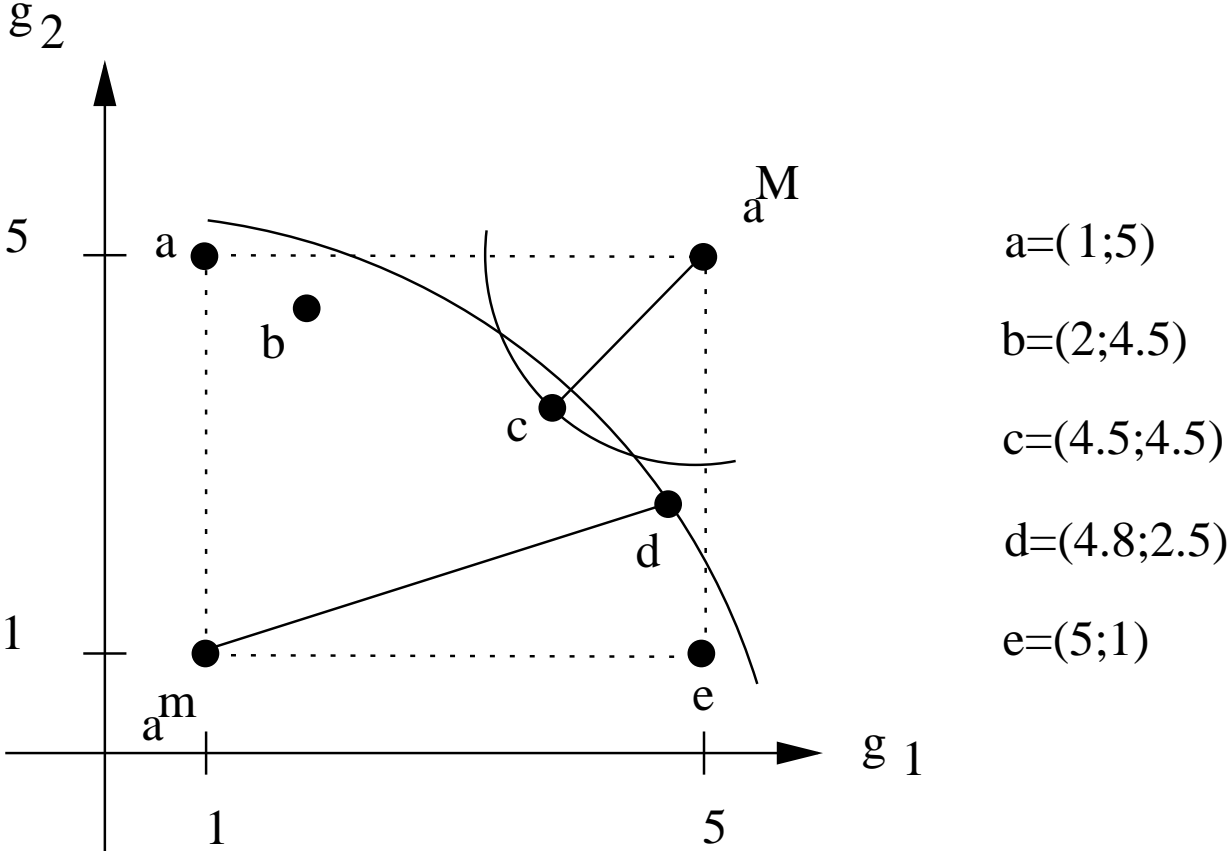
$$d_p = (\sum_j w_j^p |a_{1j} - a_{2j}|^p)^{1/p}, p \geq 1.$$

Mise en œuvre :

- choix de la distance pour la normalisation des utilités et des poids
- choix entre rapprochement de l'idéal et éloignement de l'anti-idéal
- choix de la distance pour mesurer le rapprochement ou l'éloignement

\Rightarrow Tous ces choix vont influencer le résultat.

Influence des choix



Méthode TOPSIS

La méthode TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution) s'affranchit du problème du choix entre l'idéal et l'anti-idéal considérant à la fois la distance à l'idéal et l'anti-idéal.

Pour chaque action $x_i \in A$, on calcule les distances :

- $d_p(a^M, x_i)$
- $d_p(a^m, x_i)$

Puis un taux de similitude :

$$D_p(x_i) = \frac{d_p(a^m, x_i)}{d_p(a^M, x_i) + d_p(a^m, x_i)}$$

Ce taux varie de 0 pour a^m à 1 pour a^M et est utilisé pour le classement final des actions.