

# Mesure de complexité

## Nécessité

un programme trop lent  
est  
inutilisable

# Mesure de complexité

## Nécessité

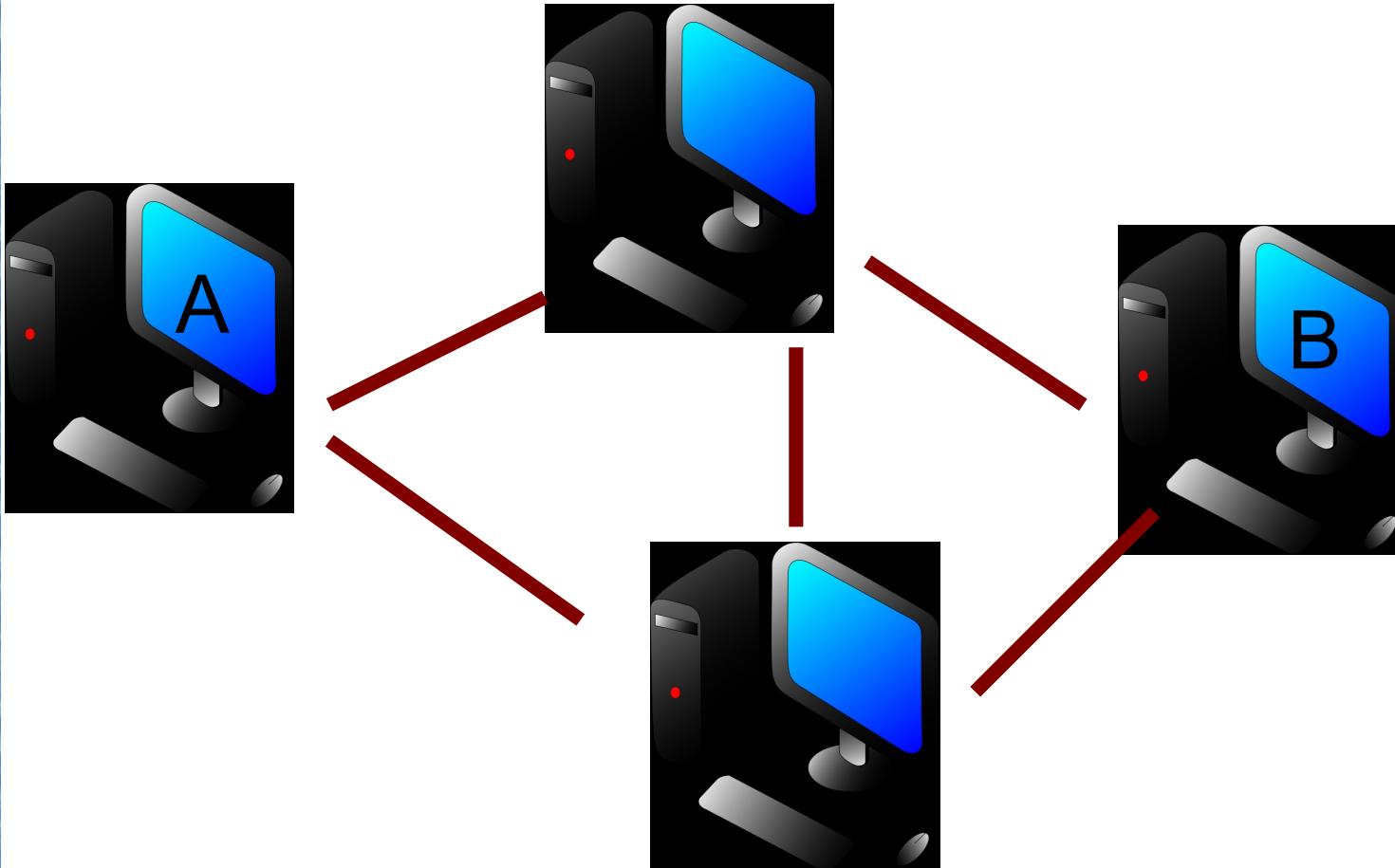
- limite théorique :
  - durée en siècles
- limite pratique :
  - durée en jours
- limite psychologique :
  - plus de 20 s

# Mesure de complexité

## Nécessité

Nombre de chemins possibles d'un point A à un autre B dans un réseau :

4 points .... 4 chemins

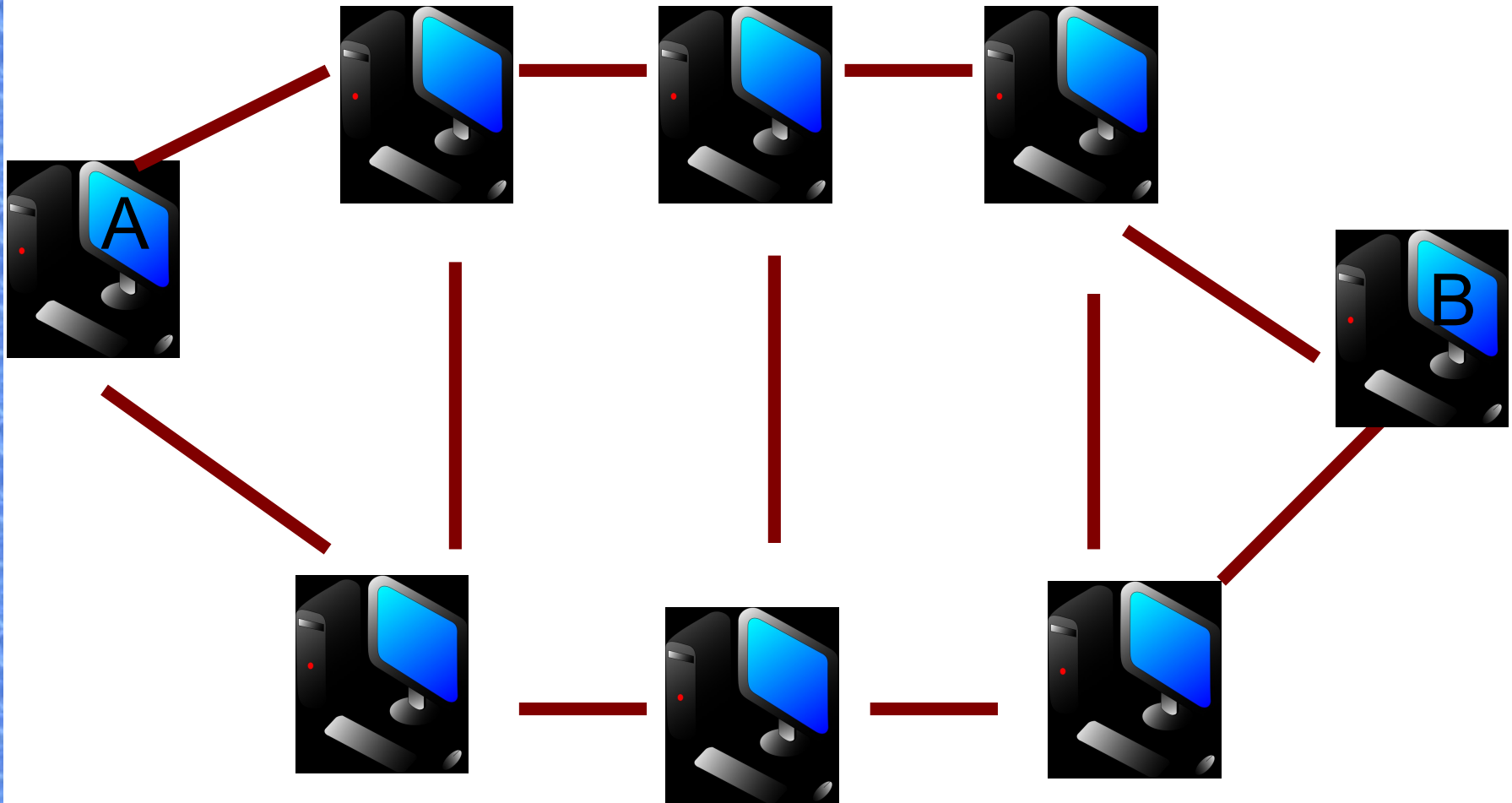


# Mesure de complexité

## Nécessité

Nombre de chemins possibles d'un point A à un autre B dans un réseau :

8 points .... 16 chemins



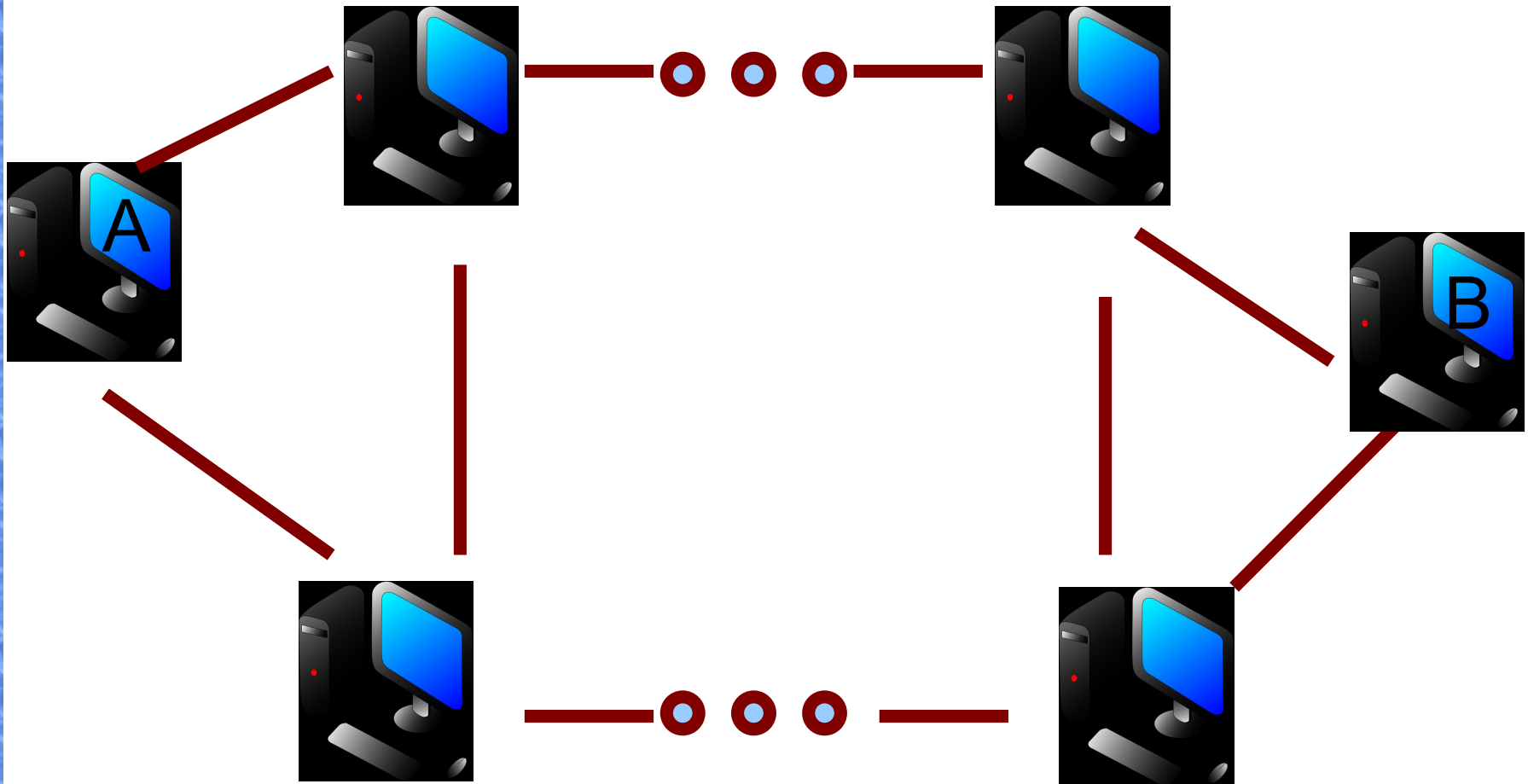
L  
I  
C  
  
P  
r  
o  
  
S  
I  
L

# Mesure de complexité

## Nécessité

Nombre de chemins possibles d'un point A à un autre B dans un réseau :

10 points .... 32 chemins, 20 points ...



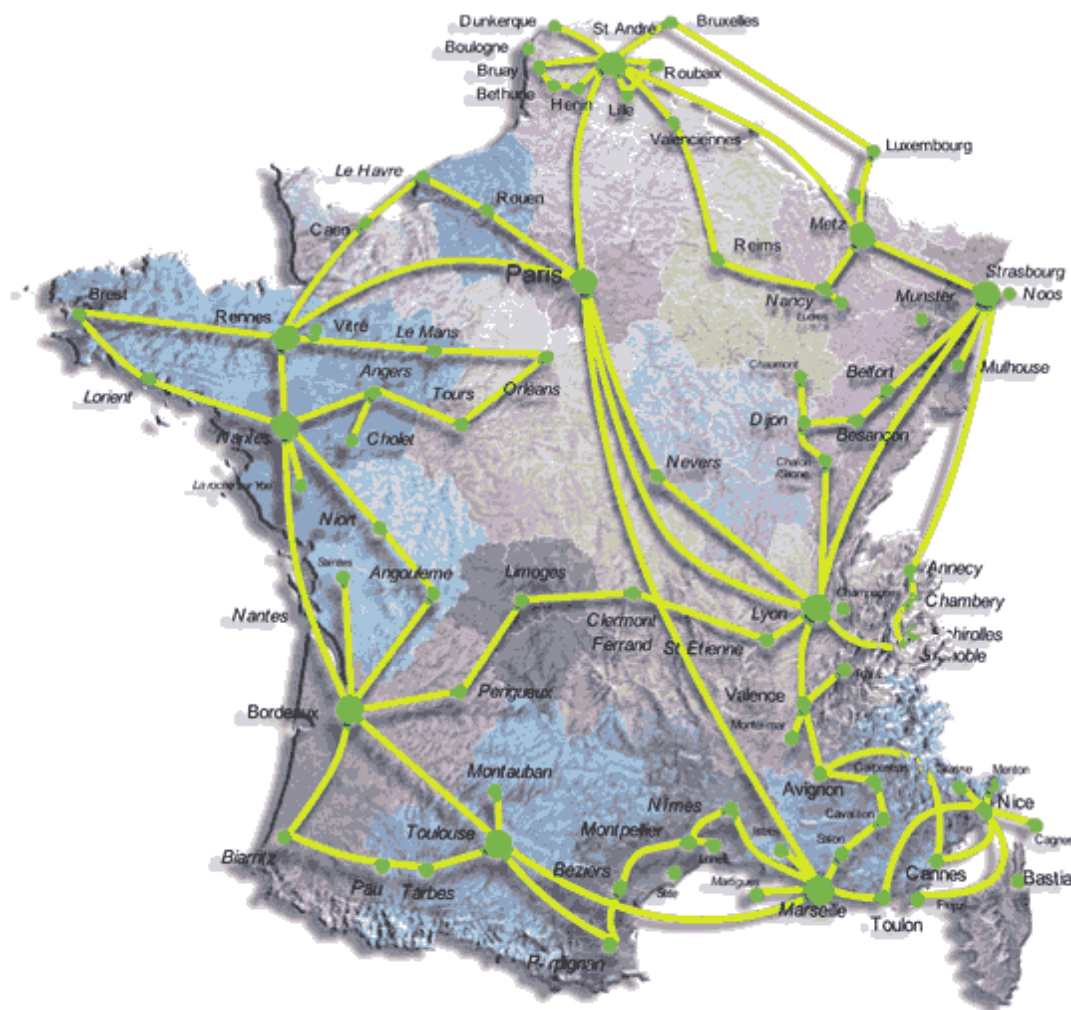
L  
I  
C  
  
P  
r  
o  
  
S  
I  
L



# Mesure de complexité

## Nécessité

réseau Numéricable en 2007



L  
I  
C  
  
P  
r  
o  
  
S  
I  
L

# Mesure de complexité

## Nécessité

Nombre de chemins possibles d'un point A à un autre B dans un réseau :

10 points .... 32 chemins,

20 points ... 1024 chemins,

100 points ...  $20^{50}$  chemins (soit  $10^{15}$ )

Si l'étude d'un chemin nécessite 1 ms, il faut

32 ms pour 10 points,

1 s pour 20 points,

et ...

# Mesure de complexité

## Nécessité

Nombre de chemins possibles d'un point A à un autre B dans un réseau :

10 points .... 32 chemins,

20 points ... 1024 chemins,

100 points ...  $2^{50}$  chemins (soit  $10^{15}$ )

Si l'étude d'un chemin nécessite 1 ms, il faut

32 ms pour 10 points,

1 s pour 20 points,

et pour 100 points,  $10^{15}$  ms, soit  $10^{12}$  s,

soit  $3 \cdot 10^8$  h, soit  $12 \cdot 10^4$  jours, soit  $36 \cdot 10^3$  ans,

soit **360 siècles**



# Mesure de complexité

## Méthodes

L  
I  
C  
P  
r  
o  
S  
I  
L

- mesurer le temps d'exécution sur de petites valeurs et extrapoler

# Mesure de complexité

## Méthodes

L  
I  
C  
P  
r  
o  
S  
I  
L

- mesurer le temps d'exécution sur de petites valeurs et extrapoler
  - précision des mesures
  - qualité de l'extrapolation

# Mesure de complexité

## Méthodes

L  
I  
C  
  
P  
r  
o  
  
S  
I  
L

- mesurer le temps et extrapoler
- ou prévoir théoriquement le temps

# Mesure de complexité

## Méthodes

L  
I  
C  
P  
r  
o  
S  
I  
L

- mesurer le temps et extrapoler
- ou prévoir théoriquement le temps
  - le temps dépend de la machine
  - le temps est partagé
  - le temps est compliqué

# Mesure de complexité

## Méthodes

L  
I  
C  
P  
r  
o  
S  
I  
L

- mesurer le temps et extrapoler
- prévoir théoriquement le temps
- mesurer une unité plus simple



# Mesure de complexité

## Méthodes

L  
I  
C  
P  
r  
o  
S  
I  
L

- mesurer le temps et extrapoler
- prévoir théoriquement le temps
- mesurer une unité plus simple
  - s'abstraire des machines --> mesurer l'algo
  - simplifier --> unité élémentaire = t

# Mesure de complexité

## Règles

1) les instructions élémentaires

et les opérations élémentaires coûtent 1 t

Affectation :  $x \leftarrow 12$

Opérateurs : + - \* / et ou non < ≠

# Mesure de complexité

## Règles

- 1) les instructions élémentaires coûtent 1 t
- 2) séquence --> les coûts s'ajoutent

$X \leftarrow 12; Y \leftarrow X * 2$

# Mesure de complexité

## Règles

- 1) les instructions élémentaires coûtent 1 t
- 2) séquence --> les coûts s'ajoutent

$$\text{Coût}(\mathbf{A}; \mathbf{B}) = \text{Coût}(\mathbf{A}) + \text{Coût}(\mathbf{B})$$

# Mesure de complexité

## Règles

- 1) les instructions élémentaires coûtent 1 t
- 2) séquence --> les coûts s'ajoutent
- 3) conditionnelle --> entre le min et le max

```
si x < 13  
    alors x ← y + 1  
    sinon x ← 3 * y - 5  
finsi
```



# Mesure de complexité

## Règles

- 1) les instructions élémentaires coûtent 1 t
- 2) séquence --> les coûts s'ajoutent
- 3) conditionnelle --> entre le min et le max

$$\text{Coût (C) + Min (Coût (A) , Coût (B) )}$$

$$\leq \text{Coût (si C alors A sinon B fin si)}$$

$$\leq \text{Coût (C) + Max (Coût (A) , Coût (B) )}$$

# Mesure de complexité

## Règles

4) répétitives --> somme des coûts

*Coût*(répéter  $A$  jusqu'à  $C$ ) =

nb de tours

$$\sum_{k=1}^{\text{nb de tours}} (\text{Coût}(A_k) + \text{Coût}(C))$$

# Mesure de complexité

## Règles

4) répétitives --> somme des coûts

*Coût*(tant que C faire A fin tant que) =

$$\text{Coût}(C) + \sum_{k=1}^{\text{nb de tours}} (\text{Coût}(A_k) + \text{Coût}(C))$$

# Mesure de complexité

## Règles

- 1) les instructions élémentaires coûtent 1 t
- 2) séquence --> les coûts s'ajoutent
- 3) conditionnelle --> entre le min et le max
- 4) répétitive --> somme des coûts

*Coût*(tant que C faire A fin tant que) =

$$\text{Coût}(C) + \sum_{k=1}^{\text{nb de tours}} (\text{Coût}(A_k) + \text{Coût}(C))$$

# Mesure de complexité

## Règles

5) les autres structures se traduisent :

```
pour i de valdeb à valfin faire  
    A  
fin pour
```

équivalent à

```
ifin ← valfin  
i ← valfin  
tant que i ≤ ifin faire  
    A  
    i ← i + 1  
fin tant que
```



# Mesure de complexité

## Exemple

**fonction moitié(n entier):entier**

**début**

reste  $\leftarrow$  0

**tant que** reste < n **faire**

    reste  $\leftarrow$  reste + 1

    n  $\leftarrow$  n - 1

**fin tant que**

**retourner**(n)

**fin**

# Mesure de complexité

## Exemple

**fonction puissance(n, e entier) : entier**

**début**

    result  $\leftarrow$  1

**pour** cpt de 1 à e **faire**

        result  $\leftarrow$  result \* n

**fin pour**

**retourner**(result)

**fin**