

# Structures de données

Une référence (en anglais) :

[http://java.sun.com/docs/books/  
tutorial/collections/TOC.html](http://java.sun.com/docs/books/tutorial/collections/TOC.html)

L  
2

M  
I  
P  
M

# Structures de données non linéaires

Exemples :

- Arbres et forêts
- Tas
- Ensembles génériques
- Graphes

L

2

M

I

P

M

# Structures de données non linéaires

Exemples :

$\{ 12 , \{ 3 , 15 \} , 874 \}$

est un ensemble comportant 3 éléments :

- 12
- $\{ 3 , 15 \}$  qui est lui même un ensemble
- 874

L

2

M

I

P

M

# Structures de données non linéaires

Exemples :

$\{ 12 , \{ 3 , 15 \} , 874 \}$

est différent de l'ensemble

$\{ 12 , 3 , 15 , 874 \}$

comportant 4 éléments

L

2

M

I

P

M

# Structures de données non linéaires

Exemples :

$\{ 12 , \{ 3 , 15 \} , 874 \} \neq \{ 12 , 3 , 15 , 874 \}$

La différence est la structuration,  
pas les données élémentaires

L

2

M

I

P

M

# Structures de données

## Arbres binaires

Un arbre binaire sommet-étiqueté est une structure de données récursive répondant à la spécification :

Constructeurs :

Abvide :  $\rightarrow$  AB

ABetq :  $AB \times T \times AB \rightarrow AB$

Où T est le type des étiquettes

L

2

M

I

P

M

# Structures de données

## Arbres binaires

Un arbre binaire sommet-étiqueté est une structure de données récursive répondant à la spécification :

Observateurs :

`fil gauche` :  $AB \rightarrow AB$

`fil droit` :  $AB \rightarrow AB$

`Etiquette` :  $AB \rightarrow T$

# Structures de données

## Arbres binaires

Un arbre binaire sommet-étiqueté est une structure de données récursive répondant à la spécification :

Reconnaisseurs :

`estABvide` : `AB`  $\rightarrow$  `bool`



# Structures de données

## Arbres binaires

### Axiomes :

`estABvide(ABvide()) == vrai`

`estABvide(ABetq(.,.,.)) == faux`

`Etiquette(ABvide()) == ERREUR`

`Etiquette(ABetq(.,t,.)) == t`

`filsGauche(ABvide()) == ERREUR`

`filsGauche(ABetq(g,.,.)) == g`

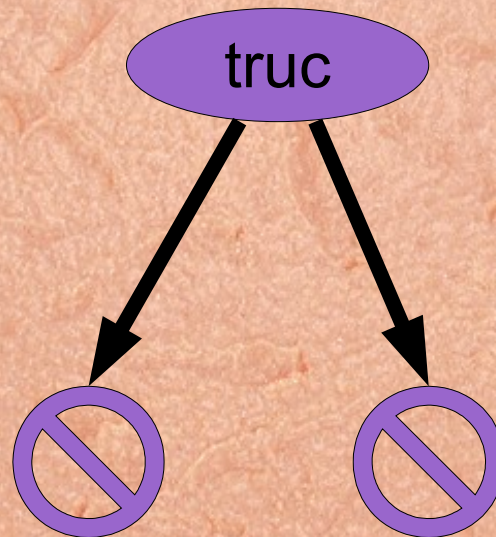
... de même pour `filsDroit`

# Structures de données

## Arbres binaires

Exemples :

`TR ← Abetq(ABvide(), "truc", ABvide())`



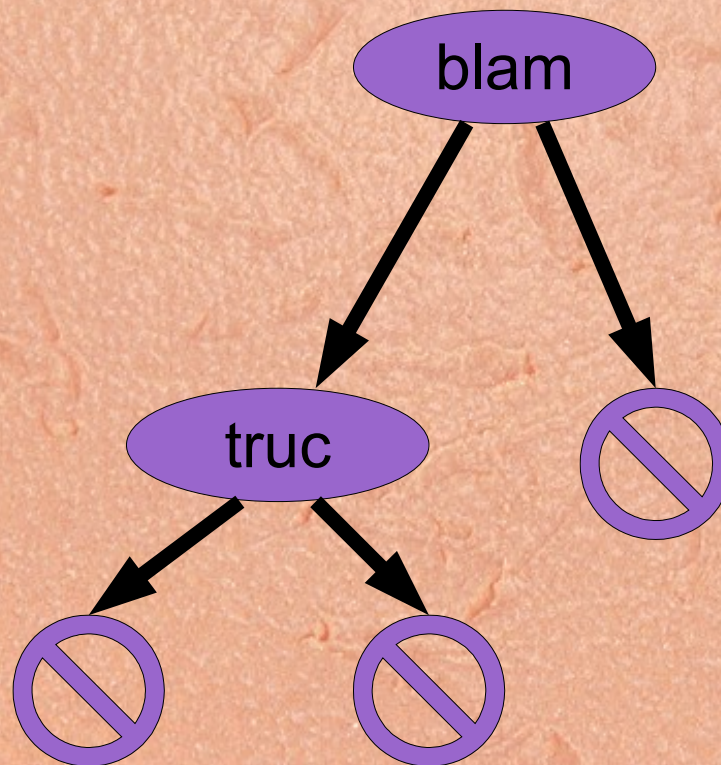
# Structures de données

## Arbres binaires

Exemples :

TR  $\leftarrow$  Abetq(ABvide(), "truc", ABvide())

BL  $\leftarrow$  Abetq(TR, "blam", ABvide())



L  
2

M  
I  
P  
M

# Structures de données

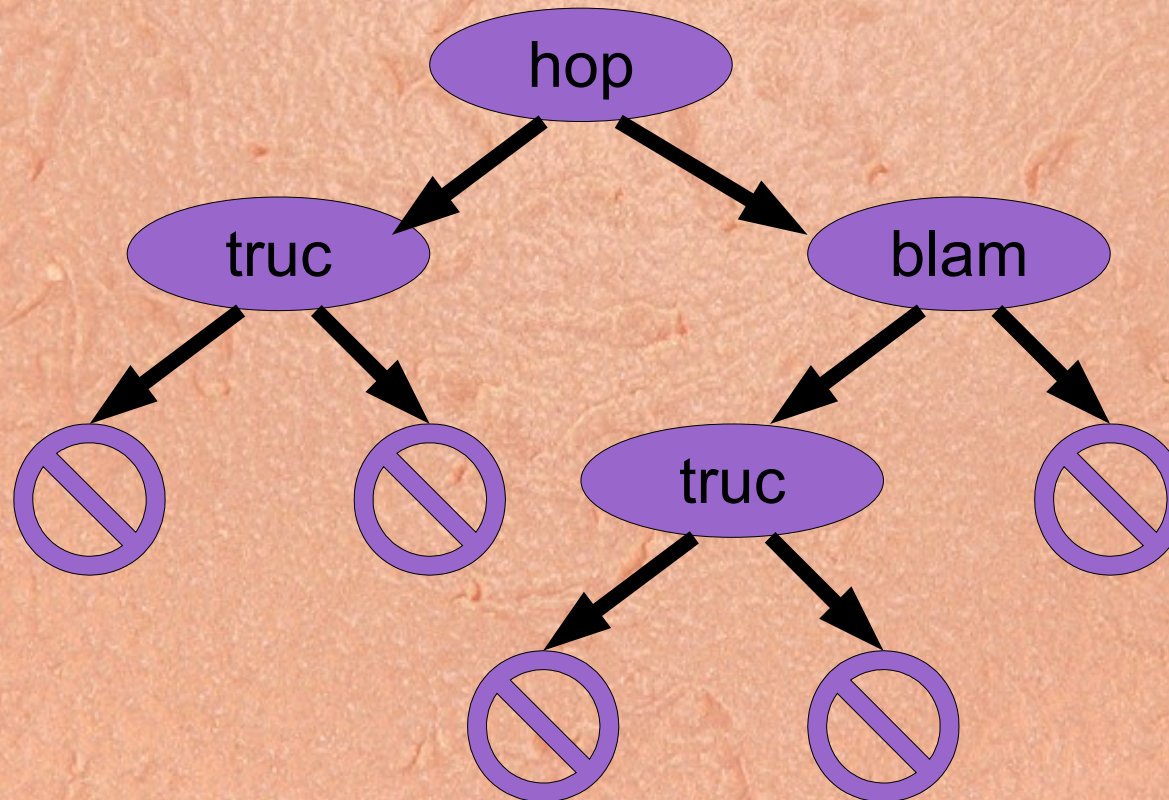
## Arbres binaires

Exemples :

TR  $\leftarrow$  Abetq(ABvide(), "truc", ABvide())

BL  $\leftarrow$  Abetq(TR, "blam", ABvide())

HO  $\leftarrow$  Abetq(TR, "hop", BL)



L  
2

M  
I  
P  
M

# Structures de données

## Arbres binaires non vides

Un arbre binaire non vide sommet-étiqueté est une structure de données récursive répondant à la spécification :

Constructeurs :

feuille :  $T \rightarrow \text{ABnv}$

embr :  $\text{ABnv} \times T \times \text{ABnv} \rightarrow \text{ABnv}$

Où  $T$  est le type des étiquettes

# Structures de données

## Arbres binaires non vides

Un arbre binaire non vide sommet-étiqueté répond à la spécification :

Observateurs :

etq : ABnv  $\rightarrow$  T

filsg : ABnv  $\rightarrow$  Abnv

filSD : ABnv  $\rightarrow$  ABnv

L

2

M

I

P

M

# Structures de données

## Arbres binaires non vides

Un arbre binaire non vide sommet-étiqueté répond à la spécification :

Reconnaisseurs :

estFeuille : ABnv  $\rightarrow$  bool

L  
2

M  
I  
P  
M

# Structures de données

## Arbres binaires non vides

### Axiomes :

```
estFeuille(feuille(.)) == vrai
estFeuille(embr(.,.,.)) == faux
etq(feuille(t)) == t
etq(embr(.,t,.)) == t
filsG(feuille(.)) == ERREUR
filsG(embr(g,.,.)) == g
filsD(feuille(.)) == ERREUR
filsD(embr(.,.,d)) == d
```

L  
2  
M  
I  
P  
M



# Structures de données

## Arbres binaires non vides

Exemples :

TR  $\leftarrow$  feuille("truc")

ST  $\leftarrow$  feuille("oust")

truc

oust

L  
2

M  
I  
P  
M

# Structures de données

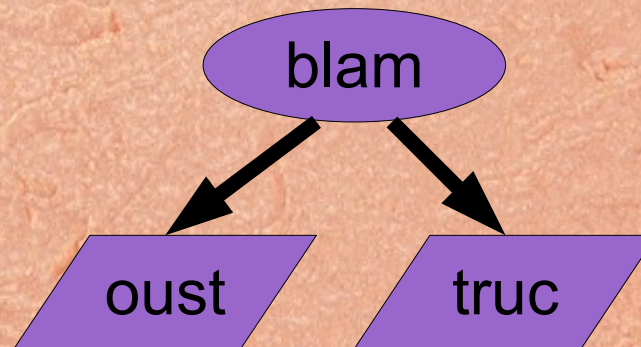
## Arbres binaires non vides

Exemples :

TR  $\leftarrow$  feuille("truc")

ST  $\leftarrow$  feuille("oust")

BL  $\leftarrow$  embr(ST, "blam", TR)



L  
2  
M  
I  
P  
M

# Structures de données

## Arbres binaires non vides

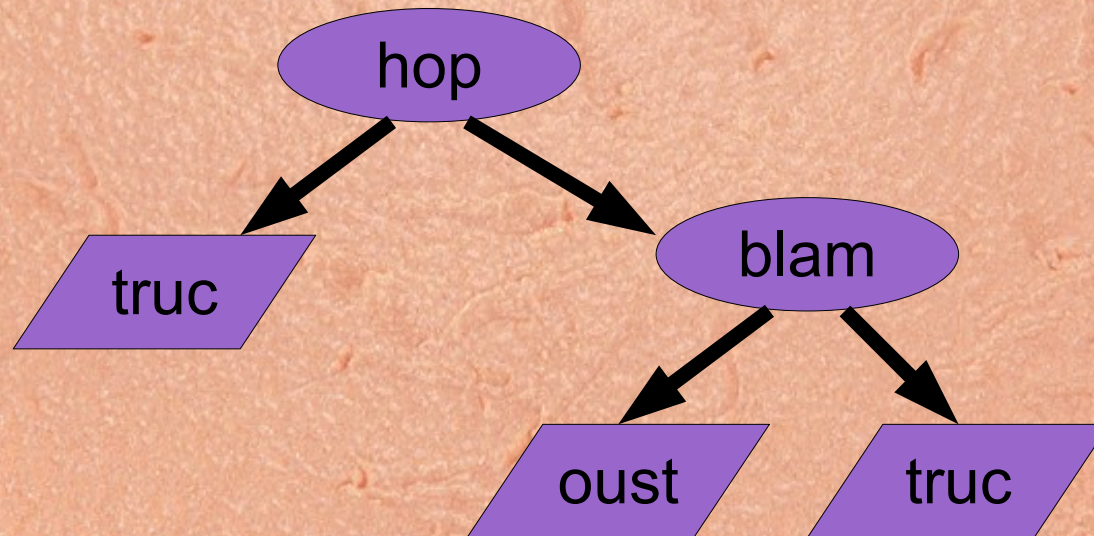
Exemples :

TR  $\leftarrow$  feuille("truc")

ST  $\leftarrow$  feuille("oust")

BL  $\leftarrow$  embr(ST, "blam", TR)

HO  $\leftarrow$  embr(TR, "hop", BL)



# Structures de données

## Arbres binaires non vides

Premier exemple d'implémentation :

```
public class ABnv <T> { // version procédurale
    T etq; ABnv<T> g; ABnv<T> d;
    ABnv(T etq) // remplace feuille
        {this.etq=etq; g=null; d=null;}
    public boolean estFeuille()
        {return g==null && d==null;}
    public T etq(){return etq;}
    public ABnv<T> filsG(){return g;}
    public ABnv<T> filsD(){return d;}
    public void changeFilsG(ABnv<T> fg) {g=fg;}
    public void changeFilsD(ABnv<T> fd) {d=fd;}
    public void changeEtq(T eti) {etq=eti;}
}
```

# Structures de données

## Arbres binaires non vides

Premier exemple d'implémentation :

```
public static void main(String[] args) {
    ABnv <String> ar ;ABnv <String> br ;ABnv <String> cr ;
    ar=new ABnv<String>("arf"); // feuille
    br=new ABnv<String>("blop"); // feuille
    cr=new ABnv<String>("crisp"); // feuille
    ar.changeFilsG(br); // un fils
    cr.changeFilsG(br);cr.changeFilsD(ar); // deux fils
    System.out.println(br.etq());
    System.out.println(cr.etq());
    System.out.println(cr.filsG().etq());
    System.out.println(cr.filsD().filsG().etq());
    System.out.println(cr.filsD().filsD().estFeuille());
}
```

# Structures de données

## Arbres binaires non vides

Second exemple d'implémentation :

```
public class ABnv2 <T> { // version fonctionnelle
    T etq; ABnv2<T> g; ABnv2<T> d;
    ABnv2(T etq) {this.etq=etq;g=null;d=null;}
    public boolean estFeuille()
        {return g==null && d==null;}
    public T etq(){return etq;}
    public ABnv2<T> filsG(){return g;}
    public ABnv2<T> filsD(){return d;}
    public ABnv2<T> embr( T eti, ABnv2<T> fd) {
        ABnv2<T> resultat=new ABnv2<T>(eti);
        resultat.g=this; resultat.d=fd;
        return resultat;}
}
```

}

# Structures de données

## Arbres binaires non vides

Second exemple d'implémentation :

```
public static void main(String[] args) {
    ABnv2 <String> ar ; ABnv2 <String> br ;
    ABnv2 <String> cr ; ABnv2 <String> dr ;
    ar=new ABnv2<String>("arf"); // feuille
    br=new ABnv2<String>("blop"); // feuille
    cr=ar.embr("crisp",br); // deux feuilles
    dr=cr.embr("douhouap", br); // trois feuilles
    System.out.println(br.etq());
    System.out.println(cr.etq());
    System.out.println(cr.filsG().etq());
    System.out.println(dr.filsG().filsD().etq());
    System.out.println(
        dr.filsG().filsD().estFeuille());
}
```

L  
2  
M  
I  
P  
M

# Structures de données

## Arbres binaires

Exemple d'implémentation :

```
public class AB <T>{
  private class Noeud {T etq;AB<T> gche;AB<T> drte;}
    Noeud contenu;
  AB() {contenu=null;}
  public boolean estVide() {return contenu==null;}
  public AB<T> etq(T etq, AB<T> droit) {
    AB <T> resultat=new AB<T>();
    resultat.contenu=new Noeud();
    resultat.contenu.gche=this;
    resultat.contenu.etq=etq;
    resultat.contenu.drte=droit;
    return resultat;
  }
  public AB<T> filsG() {return contenu.gche;}
  public AB<T> filsD() {return contenu.drte;}
  public T etq() {return contenu.etq;}
}
```



# Structures de données

## Arbres binaires

Exemple d'implémentation :

```
public static void main(String[] args) {
    AB<String> ar ;AB<String> br ;
    AB<String> cr ;AB<String> dr ;
    ar=new AB<String>(); // arbre vide
    br=ar.etq("gauche",ar); // feuille
    cr=br.etq("haut", ar); // un seul fils
    dr=cr.etq("hop", br); // deux fils
    System.out.println(br.etq());
    System.out.println(cr.etq());
    System.out.println(dr.etq());
    System.out.println(dr.filsG().etq());
    System.out.println(dr.filsG().filsG().etq());
    System.out.println(
        dr.filsG().filsD().estVide());
}
```

# Structures de données

## Arbres binaires

Exemple de fonction récursive :

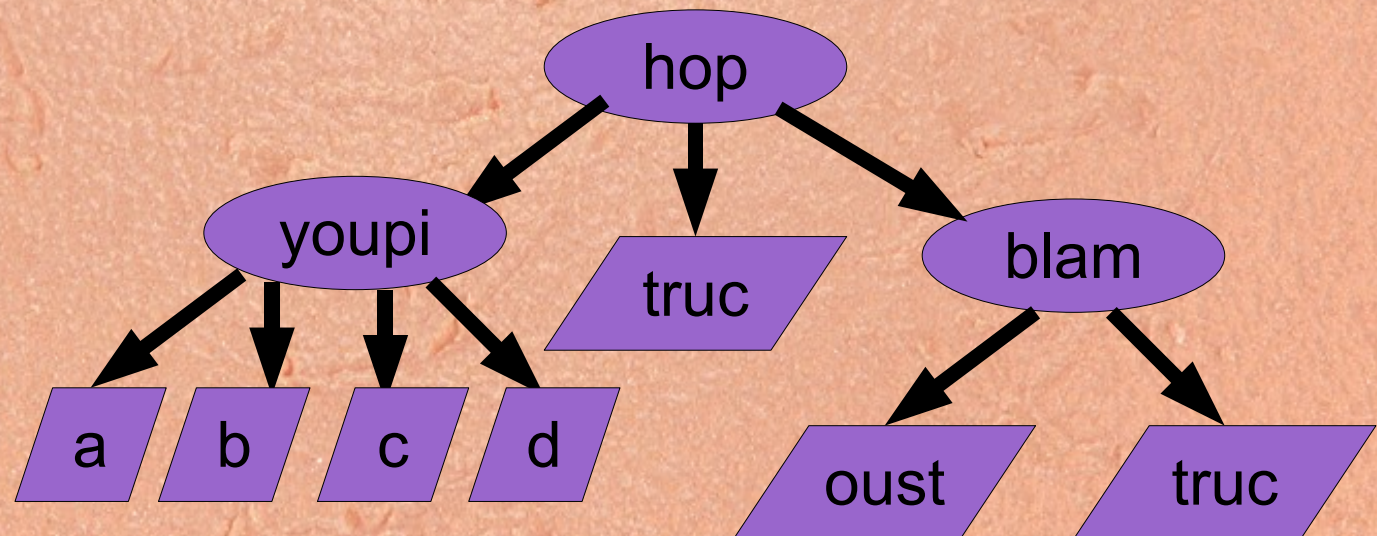
```
public int nbNoeuds() {  
    if (this.estVide())  
        {return 0;}  
    else  
        {return 1 + this.filsG().nbNoeuds()  
         + this.filsD().nbNoeuds(); }  
}
```

# Structures de données

## Arbres n-aires / génériques

On peut définir des arbres à 3 fils, à 4 fils, ...

On peut aussi définir des arbres à nombre de fils variable :



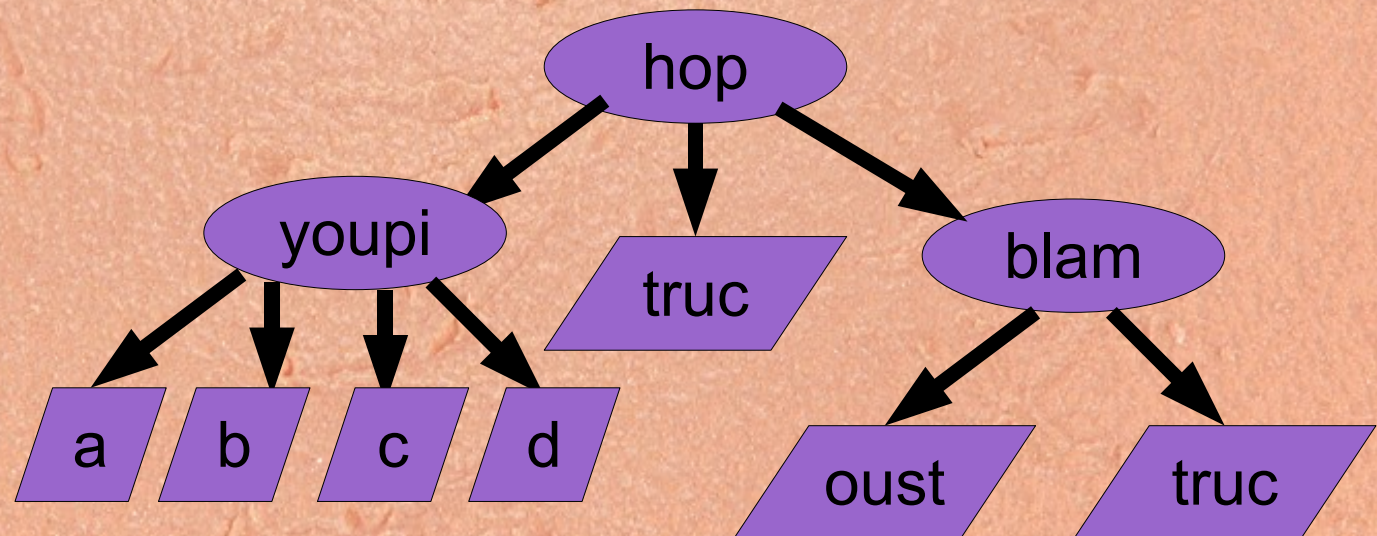
L  
2  
M  
I  
P  
M

# Structures de données

## Arbres n-aires / génériques

On peut définir des arbres à 3 fils, à 4 fils, ...

On peut aussi définir des arbres à nombre de fils variable :



L  
2  
M  
I  
P  
M