Département
Génie Electrique

**Contrôle de Logique 2017**

David Delfieu - Sans document ni calculatrice - 1H45

NOM : PRENOM :

# 1 Arithmétique binaire (4 pts)

Soit des nombres exprimés sur $n$ bits. Considérons deux nombres positifs $A$ et $B$.

1. Développer l'expression de $A + CA_1(B)$ (0,5 pt)
2. Développer les expressions pour les cas $A > B$ et $A < B$ et déduire les propriétés du $CA_1$. (2 pts)
3. En quelle base les équations suivantes ont-elles un sens ? (1,5 pts)
   - 20=4*4
   - 200-60-50-20-2=5

**Solution**

1. $$\begin{array}{rcl} A + CA_1(B) & = & A + 2^n - B - 1 \\ \text{SI } A > B \text{ Alors } R = A - B, \quad R > 0 & & \\ & = & R + 2^n - 1 = R - 1 : \text{Correction de } +1 \\ \text{SI } A < B \text{ Alors } R = A - B, \quad R < 0 & & \\ & = & 2^n - |R| - 1 = CA_1(|R|) : \text{Pas de correction} \end{array}$$
2. Base 8 : 2*8=4*4
3. $$\begin{array}{lcl} 2 * B^2 - 6B - 5B - 2B - 2 & = & 5 \\ 2 * B^2 - 13B - 7 & = & 0 \\ (2 * B + 1)(B - 7) & = & 0 \\ B = 7 & & \end{array}$$

## 2 logique combinatoire (9,5 pts)

### 2.1 Etablir des théorèmes simplificateurs avec les expressions suivantes (2,5 pts)

$T_1 \ : \ (X+a).(X+b)$

$T_2 \ : \ (X+\overline{a}+b).(X+a+\overline{b})$

$T_3 \ : \ (X+\overline{a}bc).(X+a\overline{b}c).(X+ab\overline{c})$

### 2.2 Démonstrations contraintes (3 pts)

En utilisant au moins une fois les théorèmes précédents, simplifier :

1. $f_1(a,b,c,d,e,f,g) = (cf + a(b+c)e)(cf + b(\overline{a}+\overline{e})c)$
2. $f_2(a,b,c,d,e,f,g) = (cf + e + \overline{a}.\overline{b} + g)(cf + \overline{e}(a+b) + \overline{g})$
3. $f_3(a,b,c,d,e,f,g) = (a + \overline{e}.fg.h)(e(\overline{f}+\overline{g}).h + a)(\overline{h}.e.fg + a)$

**Solutions**

1. $T_1 \ : \ (X+a).(X+b) = X + ab$
2. $T_2 \ : \ (X+\overline{a}+b).(X+\overline{b}) = X + ab + \overline{a}\overline{b}$
3. $T_3 \ : \ (X+\overline{a}bc).(X+a\overline{b}c).(X+ab\overline{c}) = X.(X+ab\overline{c}) = X$
4. $f_1(a,b,c,d,e,f,g) =^{T_1} (cf + a(b+c)e.b(\overline{a}+\overline{e})c) = cf$
5. $f_2(a,b,c,d,e,f,g) =^{T_2} (cf + (e+\overline{a}.\overline{b}) + \overline{g} + \overline{e}(a+b) + g)$
6. $f_3(a,b,c,d,e,f,g) =^{T_3} a$

### 2.3 Problème (4 pts)

Dans une usine de briques, on effectue un contrôle de qualité suivant quatre critères : Le Poids $P$, la Longueur $L$, la largeur $l$ et la hauteur $h$. Si $P=0$ (resp. $L=0, l=0, h=0$) alors le Poids (resp. la Largeur, la longueur ou la hauteur) est incorrect(e). Cela permet de classer les briques en trois catégories de qualité décroissante :

**A :** Le poids $P$ ainsi que au moins deux dimensions sont correctes ;

**B :** Le poids $P$ est seul incorrect ou si le poids est correct au moins deux dimensions sont incorrectes ;

**C :** Le poids $P$ est incorrect et au moins une autre dimension est incorrecte.

⇒ **Donner** les tables de karnaugh et les équations simplifiés de $A$,$B$ et $C$.

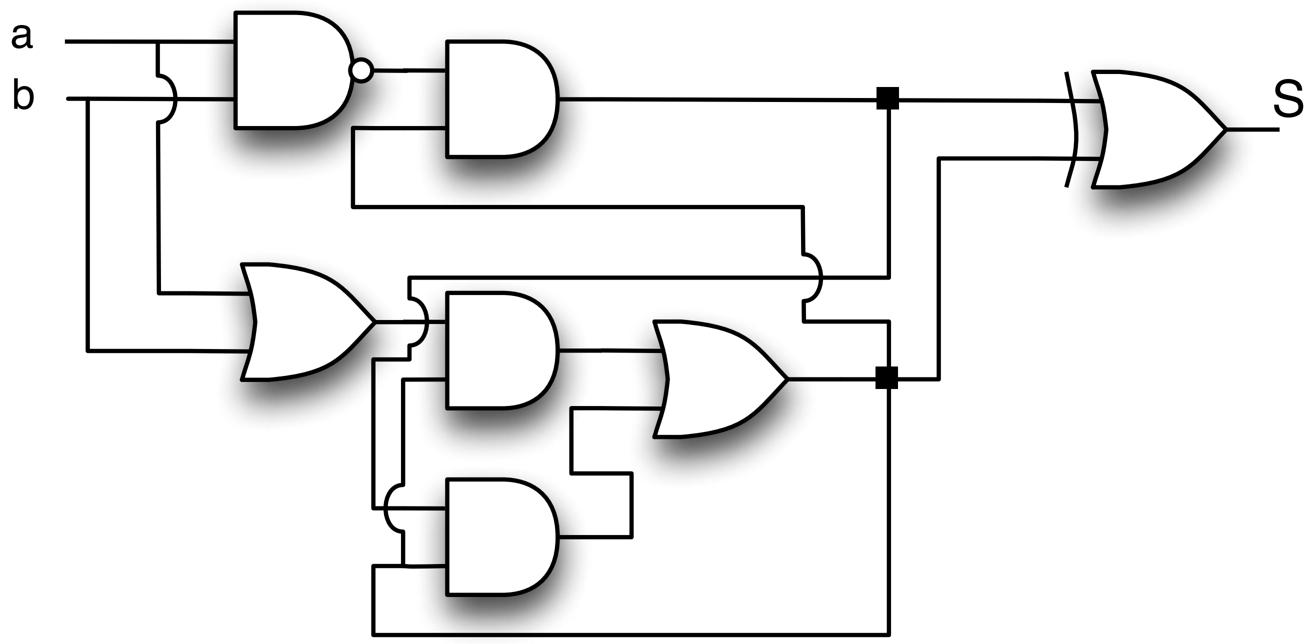
**Solutions :**

**A** $= PLh + PLl + Plh$

**B** $= P\overline{L}\overline{h} + P\overline{L}\overline{l} + P\overline{l}\overline{h} + \overline{P}.L.l.h$

**C** $= \overline{P}.\overline{L} + \overline{P}.\overline{l} + \overline{P}.\overline{h}$

## 3 Logique séquentielle (6,5 pts)




- Identifier les rebouclages
- Ajouter sur le schéma les équations pour toutes les portes
- Analyser le système jusqu'à la machine à états.

**Solution :** Il y a 2 rebouclages et donc 2 variables internes $Y_1$ et $Y_2$.

**Equations**

$$\begin{cases} y_1 = \overline{a}.Y_2 + \overline{b}.Y2 \\ y_2 = a.Y_2 + b.Y_2 + Y_1.Y_2 \\ S = Y_0 \oplus Y_1 \end{cases}$$

**Tables d'excitation et des états nommés**

$y_1$(a,b,$Y_1$,$Y_2$)

| $Y_1Y_2$ \ $ab$ | 0 0 | 0 1 | 1 1 | 1 0 |
|---|---|---|---|---|
| 0 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

$y_2$(a,b,$Y_1$,$Y_2$)

| $Y_1Y_2$ \ $ab$ | 0 0 | 0 1 | 1 1 | 1 0 |
|---|---|---|---|---|
| 0 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

$y_1y_2$(a,b,$Y_1$,$Y_2$)

| $Y_1Y_2$ \ $ab$ | 0 0 | 0 1 | 1 1 | 1 0 |
|---|---|---|---|---|
| 0 0 | 00 | 00 | 00 | 00 |
| 0 1 | 10 | 11 | 01 | 11 |
| 1 1 | 11 | 11 | 01 | 11 |
| 1 0 | 00 | 00 | 00 | 00 |

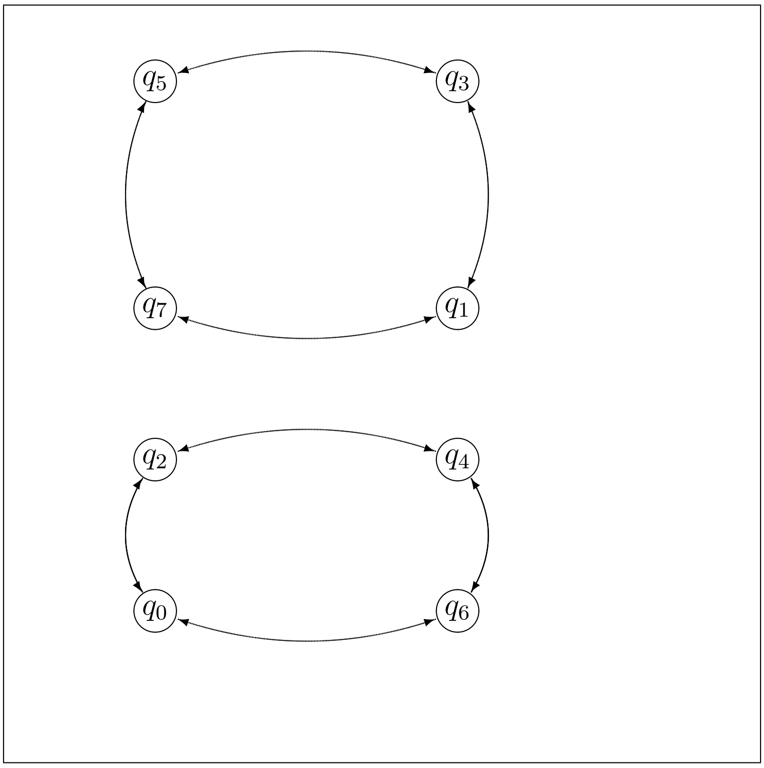
$y_1y_2$(a,b,$Y_1$,$Y_2$)

| $Y_1Y_2$ \ $ab$ | 0 0 | 0 1 | 1 1 | 1 0 |
|---|---|---|---|---|
| 0 0 | 00 | 00 | 00 | 00 |
| 0 1 | 10 | 11 | 01 | 11 |
| 1 1 | 11 | 11 | 01 | 11 |
| 1 0 | 00 | 00 | 00 | 00 |

$y_1y_2$(a,b,$Y_1$,$Y_2$)

| $Y_1Y_2$ \ $ab$ | 0 0 | 0 1 | 1 1 | 1 0 |
|---|---|---|---|---|
| 0 0 | $q_0$ | $q_2$ | $q_4$ | $q_6$ |
| 0 1 | $q_0$ | $q_3$ | $q_5$ | $q_7$ |
| 1 1 | $q_1$ | $q_3$ | $q_5$ | $q_7$ |
| 1 0 | $q_0$ | $q_2$ | $q_4$ | $q_6$ |

**Machine de Moore :** Les sorties $S_1$ et $S_2$ relative à chaque état sont représentés sous forme d'exposant dans l'état.


q5
q3
q7
q1
q2
q4
q0
q6