

Contrôle de Logique 2007

David Delfieu

Barème sur 20 pts - Novembre 2007 - sans documents - 2H00

1 Numération (2 pts)

1. Quelle est l'utilité du complément vrai et du complément restreint d'un nombre ?
2. Donner leur expressions pour une base B pour des chiffres représentés sur n bits.
3. $210_B = 90_B + 42_{10}$ Quelle est la base ou cette équation à un sens ?

2 Logique combinatoire (6,5 pts)

2.1 Simplification arithmétique de fonctions logiques (2,5 pts)

Etablir un théorème en simplifiant l'expression suivante :

$$T_1 : (X + a)(X + \bar{a})(X + b)$$

Montrer comment en utilisant, entre autre, le théorème précédent on peut simplifier rapidement les fonctions logiques suivantes :

$$f_1(a, b, c, d, e, f, g, h) = ((a + b)c + g)(ab + bc + \bar{g})((a + b)c + a\bar{b}\bar{c}(d + egh))$$

$$f_2(a, b, c, d, e, f, g, h) = (ab + abc\bar{d}(e + \bar{g}f) + \bar{c}\bar{d})(ab + c + d + c(e + \bar{g}h))(ab + h + g\bar{f}(ab\bar{c}\bar{d}e + \bar{g}h))$$

2.2 Table de Karnaugh (2 pts)

Donner l'équation simplifiée de la fonction suivante :

$\overbrace{\hspace{10em}}^a$
 $\overbrace{\hspace{5em}}^b$
 $\overbrace{\hspace{2em}}^c \quad \overbrace{\hspace{2em}}^c$

f(a,b,c,d,e)

| | | | | | | | | | | |
|---|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|---|
| | | abc | | | | | | | | |
| | | 000 | 001 | 011 | 010 | 110 | 111 | 101 | 100 | |
| d | e | 00 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| | | 01 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| | 11 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | |
| | 10 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| | | 8 | 9 | 13 | 12 | 28 | 29 | 25 | 24 | |

2.3 Exercice (2 pts)

Définition 1 Un nombre premier est un entier naturel, admettant exactement deux diviseurs distincts : 1 et lui-même.

Donner l'équation permettant de déterminer si un nombre exprimé sur 4 bits est premier.

3 Logique séquentielle (11,5 pts)

- Donner les différentes étapes d'une analyse d'un circuit séquentiel.
- Analyser le circuit suivant.

On utilisera la convention de notation des variables internes : Y_1, Y_2, \dots, Y_i : les indices croissent lorsque l'on identifie un rebouclage de haut en bas et de gauche à droite. De plus, on nommera les états stables de q_1, q_2, \dots, q_i

