

**Contrôle de logique et automatismes**

 (Durée 3 heures 30 minutes, sans documents, sans calculatrices,  
sans tam-tam, ta-too, etc...)

**I NUMÉRATION (2 pts)**

- Rechercher la base où l'équation suivante a un sens :

$$117-87-98+130=-1$$

$$\frac{403+16}{181+93}=1$$

**II LOGIQUE COMBINATOIRE**
**Exercice1 : Karnaugh (2 pts)**

Simplifier à l'aide d'une table de Karnaugh la fonction suivante

$$f(a,b,c,d,e)=\sum_m(0,3,4,7,11,15,16,17,20,21,26,29,30,31)$$

**Exercice 2: Méthode algébrique (4 pts)**

Simplifier de manière algébriques

$$E_1=(abef+c+b\bar{d})(abef+\bar{c}+b\bar{d})(abef+\bar{b}+d)$$

$$E_2=(a+bc)(\bar{a}+abcd+efg)(bc+abcd+efg)$$

$$E_3=(a+bc)(a+cdefg+\bar{c}\bar{d}\bar{e}+bc+\bar{e}\bar{f}\bar{g})+(a+bc)(fg+\bar{f}\bar{g}+abcd)$$

$$E_4=cd+\bar{f}+a+g+(f\bar{c}+f\bar{d})(abcde+\bar{a}\bar{b}e+\bar{c}\bar{d}fg)$$

**Exercice 3 : Opérateur logique complet (1,5 pt)**

 On dispose de l'opérateur  $OP(A, B)=a(b+\bar{c})$ 

Démontrer que c'est un opérateur logique complet

**Exercice 4 (3 pts) :**

Il existe une île où les habitants sont des Purs et des Pires. Les Pires mentent toujours et les Purs disent toujours la vérité. Un étranger rencontre trois autochtones A, B, C et demande :

« Combien il y a-t-il de Purs parmi vous ? »

A : bredouille une réponse que l'étranger ne comprends pas

« Qu'a-t-il dit ? » demande t il a B

B : « Il a dit qu'il n'y a qu'un Pur parmi nous »

C : « Ne croyez pas B, c'est un pire »

**Que sont B et C ? ?**

**PROBLÈME (6 PTS)**

On veut réaliser un système calculant le complément à deux d'un nombre binaire. On va raisonner sur un nombre exprimé sur 4 bits et l'on étendra les formules au cas général. On veut donc réaliser un système transformant  $a_3a_2a_1a_0$  en son équivalent binaire en complément à deux  $b_3b_2b_1b_0$ .

1. Donner les équations des  $b_i$  en fonction des  $a_i$  en utilisant la méthode : table de vérité-table de karnaugh – équations.

2. Rappeler les équations d'addition (S) et de retenue (R) pour l'addition de 2 bits a et b (sans tenir compte de la retenue de rang précédent)

Rappeler la formule exprimant le  $CA_2$  en fonction du  $CA_1$

3. Retrouver les équations obtenues à la question 1, par raisonnement arithmétique.

4. Etendre les équations à n bits.

**III LOGIQUE SÉQUENTIELLE (6 pts)*****Problème d'analyse de circuit séquentiel :***

On demande à partir du circuit suivant (voir page suivante) l'obtention de l'automate final et son interprétation.

Interprétation : Les entrées N et S représentent les capteurs Nord-Sud et Est-Ouest d'un carrefour. Si N=1 il y a une voiture sur la voie Nord-Sud du carrefour, si O=1 il y a une voiture sur la voie Est-Ouest. La sortie F désigne l'état du feu du carrefour, si F=1 alors le feu est vert pour le sens Est-Ouest et rouge pour le sens Nord-Sud .

