

Semestre 1

Session 1

UE X1X0011 - Mathématiques
Contrôle Continu du 19 Décembre 2012
Durée : 1 H 00

Document autorisé : une feuille format A4 recto verso.
Calculatrices non autorisées.
Les exercices sont indépendants.
Les réponses seront justifiées.
N'oubliez pas de préciser le numéro de votre groupe sur votre copie.

Exercice 1 :

- 1) Résoudre l'équation du second degré : $z^2 - 4z + 3 = 0$.
- 2) Trouver la solution générale de l'équation différentielle du second ordre :

$$y'' - 4y' + 3y = 0$$

- 3) Trouver la solution générale de l'équation différentielle :

$$y'' - 4y' + 3y = 10 \sin(x) \quad (1)$$

- 4) Déterminer la solution de l'équation (1) qui vérifie : $y(0) = 0$ et $y'(0) = 1$.

Exercice 2 :

- 1) Déterminer deux nombres réels a et b tels que :

$$\frac{x^2}{1+x^2} = a + \frac{b}{1+x^2}, \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

- 2) Calculer une primitive de $\frac{x^2}{1+x^2}$.
- 3) Au moyen d'une intégration par parties calculer une primitive F de la fonction f suivante :

$$f(x) = x \arctan(x)$$

Exercice 3 :

Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^4 + 3x + 1}{2x^4 + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x}$$



UNIVERSITÉ DE NANTES

U.F.R. des Sciences et des
Techniques

S.E.V.E. Bureau des Examens

Année universitaire 2012-2013

Semestre 1 2

Session 1 2

Nom de l'U.E. :

Mathématiques et Physique Appliquée

Code de l'U.E. :

X1X0012

Date de l'examen :

20 décembre 2012

Durée :

1 H

Documents autorisés :

Aucun

Calculatrice autorisée

oui non

Type : Non-alphanumérique

Vision oculaire et instruments d'optique

Chaque exercice peut être traité indépendamment des autres. Dans tous les exercices, on considèrera que les conditions de Gauss sont satisfaites et que l'œil humain peut être assimilé à une lentille mince convergente L de distance focale variable avec une distance lentille-rétine fixe définie par la taille de l'œil qu'on prendra égale à 20 mm (cas d'un œil humain).

EXERCICE 1

Déterminer par construction, la position des images et le grandissement (image A_1B_1 et image A_2B_2). Préciser la taille des images déterminée graphiquement. Vérifier ensuite les résultats par les calculs.

$$\overline{AB} = 1 \text{ cm}$$

$$f_1 = +1 \text{ cm} ; f_2 = -1 \text{ cm}$$

$$\overline{O_1A} = -2 \text{ cm} ; \overline{O_1O_2} = +3 \text{ cm}$$

Réponses :

● Nature de l'image :

$$\overline{A_1B_1} =$$

$$\overline{A_2B_2} =$$

● Taille de l'image :

$$\overline{A_1B_1} =$$

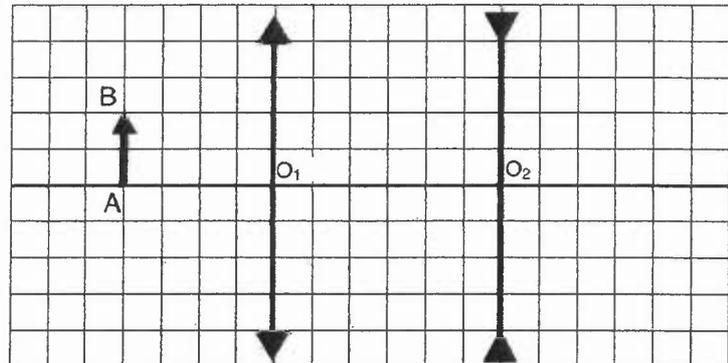
$$\overline{A_2B_2} =$$

● Grandissement :

$$\gamma_1 =$$

$$\gamma_2 =$$

$$\gamma =$$



2 carreaux = 1 cm

Vérifier par les calculs :

a) la position de l'image $\overline{A_1B_1}$

b) le grandissement γ_1

c) la position de l'image $\overline{A_2B_2}$

d) le grandissement γ_2

e) la taille de l'image $\overline{A_2B_2}$

EXERCICE 2

Une personne myope a son punctum remotum (PR) à 25 cm et son punctum proximum (PP) à 12 cm.

a) Quelle est l'amplitude d'accommodation A de l'œil myope ?

b1) Quelle est la position du punctum remotum (PR) pour un œil emmétrope (standard) ?

b2) Quelle doit être la vergence V des verres correcteurs pour corriger la vision de loin ? On considérera que les verres correcteurs sont collés à l'œil (lentilles de contact).

c) Quelle est la position du punctum proximum (PP) de l'œil corrigé par les verres correcteurs collés à l'œil (lentilles de contact) ?

d) Quelle est la vergence du verre correcteur V si celui-ci est à 1,2 cm de l'œil ? (lunettes)

EXERCICE 3 : Objectif photographique

Un objectif photographique est constitué de deux lentilles minces L_1 (convergente $f_1' = 10$ cm) et L_2 (divergente $f_2' = -20$ cm). La position de la lentille L_1 est variable ce qui permet de faire une mise au point sur un objet proche ou un objet lointain. La distance L_2 -pellicule est fixe et égale de 6,67 cm.

1) Mise au point sur un objet proche de l'objectif tel que $\overline{O_1A} = -30$ cm. Dans cette configuration $\overline{O_1O_2} = 10$ cm.

a) Déterminer la position de l'image intermédiaire $\overline{A_1B_1}$ de \overline{AB} par la lentille L_1 .

b) Déterminer la position de l'image finale $\overline{A_2B_2}$ de \overline{AB} par les lentilles L_1 et L_2 .

c) Cette position est elle en accord avec la distance L_2 -Pellicule ?

2) Mise au point sur un objet \overline{AB} lointain tel que $\overline{O_1A} = 100$ m.

d) Sans effectuer de calcul, donner la position de l'image intermédiaire $\overline{A_1B_1}$ de \overline{AB} par L_1 . Justifier votre réponse.

e) De combien faut-il déplacer la position de L_1 afin que l'image finale soit nette sur la pellicule sachant que la distance L_2 -pellicule reste fixe ?

2012-2013 Université de Nantes

Code UE: XIX0010

Libellé UE: Mathématiques-Physique BGC

Formation: L1 Biologie-Géosciences-Chimie

Module XIX0012

Epreuve de TP sur table

Jeudi 20 décembre 2012 10h15-11h15

NOM:

Gr TD:

Prénom:

Le sujet tiendra lieu de copie: des espaces blancs sont prévus pour répondre aux questions.

Le sujet comporte 10 pages numérotées de 2 à 11.

TP n°1

Question n°1

Dans tout ce TP, vous avez considéré que les conditions de Gauss étaient satisfaites:
Énoncer ces conditions:

La première manipulation du TP consistait en la mesure de la distance focale image f' d'une lentille convergente L de centre optique O.

La source lumineuse utilisée était une lanterne équipée d'une lampe à filament.

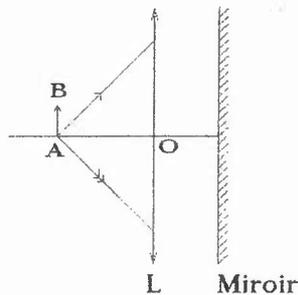
Question n°2

Le spectre d'émission de la lumière émise est-il continu ou discontinu ?

Question n°3

Sur le schéma ci-après, prolonger les deux rayons lumineux issus de A et parvenant au point A' (image de A donnée par le système L + miroir + L).

On se placera pour cette question et dans les suivantes dans la configuration où la distance AO est égale à f' .



Remarque: pour des raisons de clarté, l'échelle suivant l'axe optique n'est pas la même que celle suivant un axe perpendiculaire à l'axe optique.

Préciser sur le schéma la position de A'.

La position de A' dépend-elle de la position du miroir ?

Question n°4

Que vaut le grandissement $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$?

Question n°5

On donne $x_A = 20,0 \pm 0,2 \text{ cm}$ et $x_O = 39,6 \pm 0,6 \text{ cm}$.

Calculer la distance focale f' et l'incertitude $\Delta f'$:

Question n°6

La méthode d'autocollimation permet-elle de déterminer la distance focale d'une lentille divergente ?

La deuxième manipulation du TP consistait à vérifier expérimentalement la relation de conjugaison avec origine au centre optique d'une lentille convergente.

Question n°7

Connaissez-vous une méthode très simple permettant de déterminer rapidement la nature _convergente ou divergente_ d'une lentille ?

Question n°8

Vous avez obtenu expérimentalement le tableau de mesures suivant:

(A' est l'image d'un objet A donnée par la lentille étudiée L_1 de centre optique O_1 . Les distances algébriques $\overline{O_1A}$ et $\overline{O_1A'}$ sont comptées positivement dans le sens de propagation de la lumière).

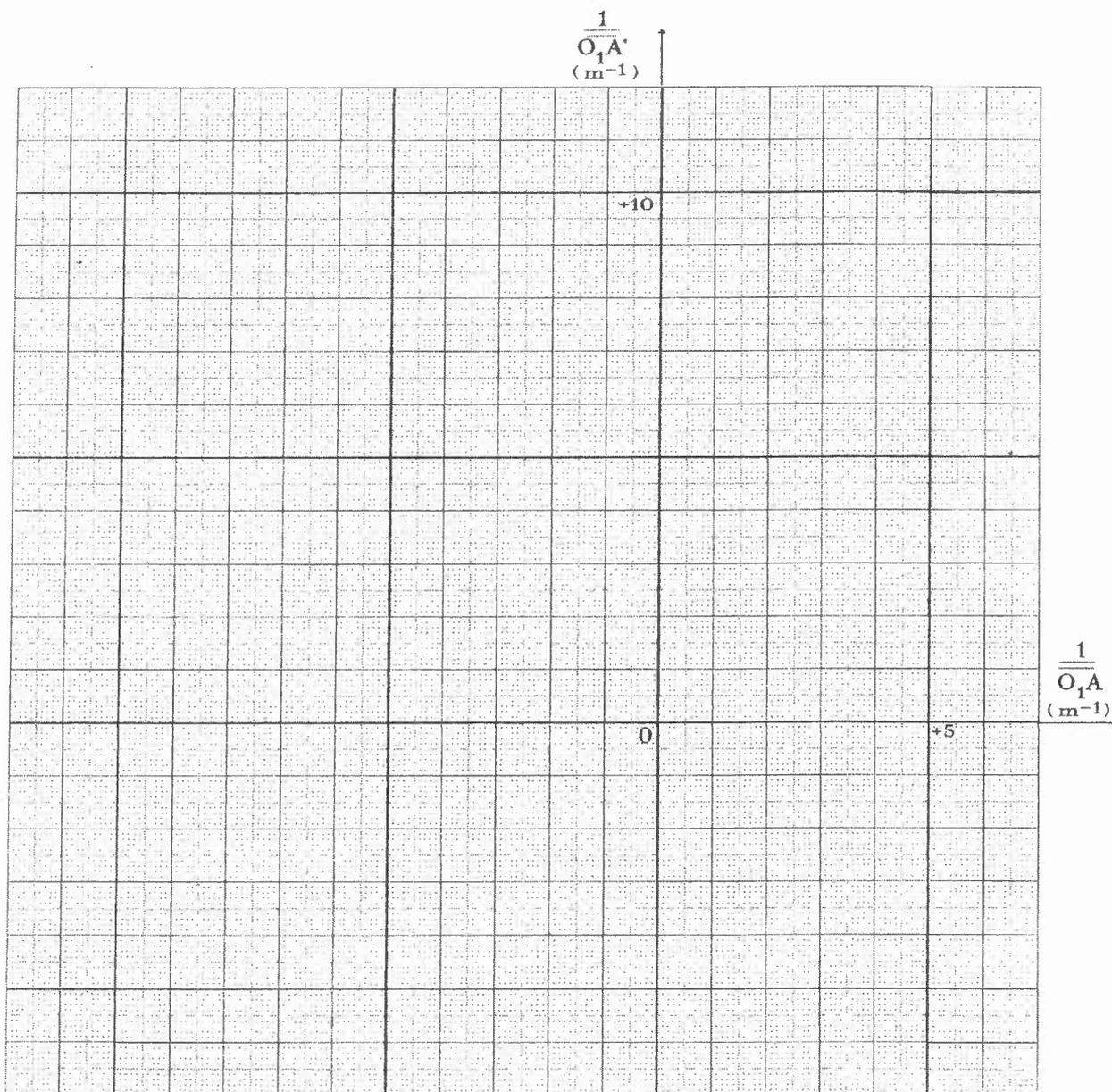
Compléter la dernière ligne du tableau:

$\overline{O_1A}$ (m)	-1,00	-0,60	-0,40	-0,30	-0,25	-0,15	-0,10	+0,20	+0,50
$\overline{O_1A'}$ (m)	0,251	0,297	0,395	0,595	1,014	-0,640	-0,212	0,099	0,144
$\frac{1}{\overline{O_1A}}$ (m ⁻¹)	-1,0	-1,7	-2,5	-3,3	-4,0	-6,7	-10,0	+5,0	+2,0
$\frac{1}{\overline{O_1A'}}$ (m ⁻¹)									

Question n°9

Représenter les points expérimentaux sur le graphe ci-après.

Tracer la courbe représentative de $\frac{1}{O_1A'}$ en fonction de $\frac{1}{O_1A}$:



Question n°10

A propos de la courbe tracée dans la question précédente:

On pose $y = \frac{1}{O_1A'}$ et $x = \frac{1}{O_1A}$.

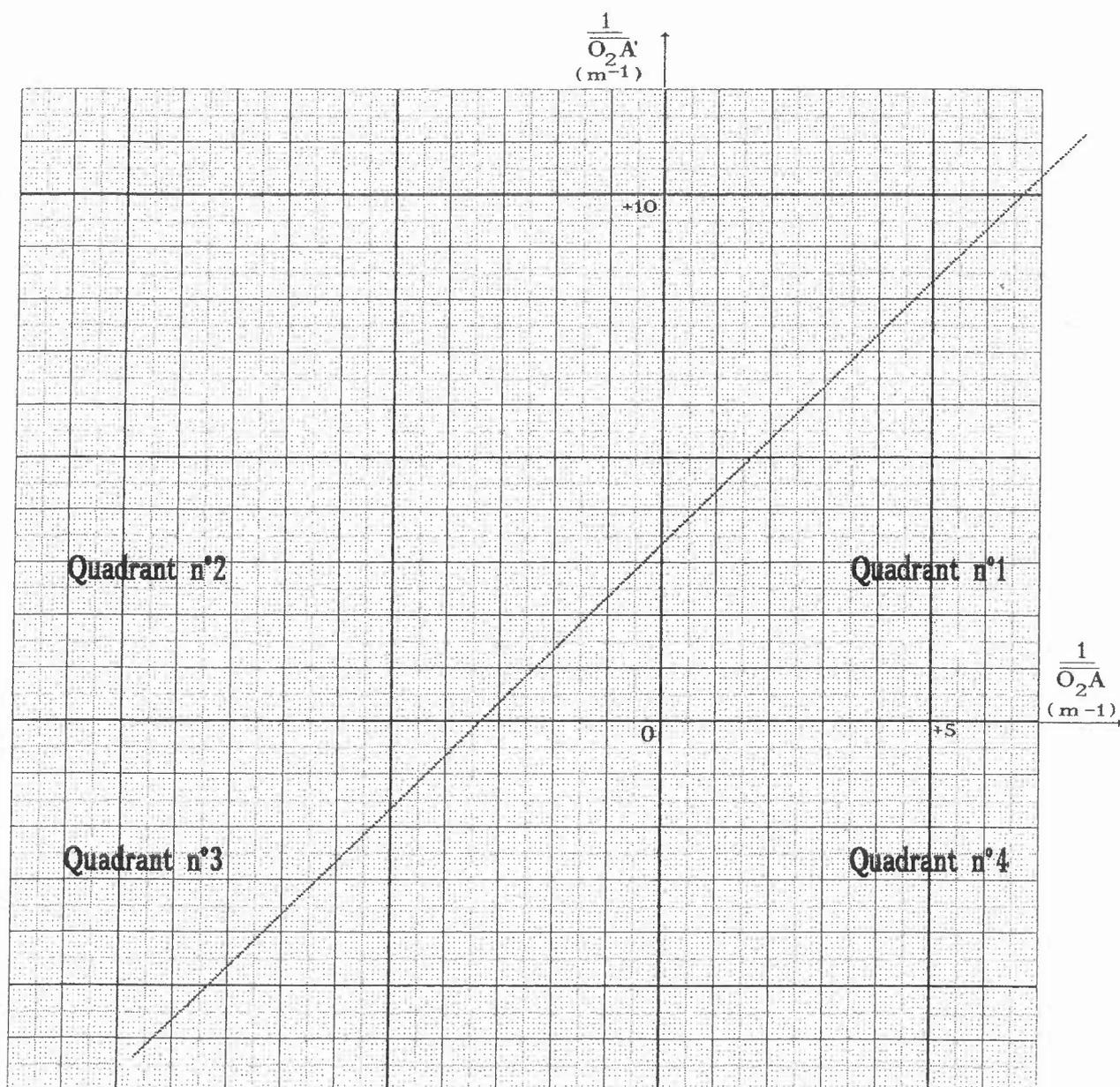
Exprimer numériquement la relation entre y et x.

Question n°11

Quelle est la distance focale image de la lentille convergente L_1 étudiée?

Question n°12

On répète la manipulation avec une lentille L_2 de centre optique O_2 et de focale inconnue. La courbe représentative de $\frac{1}{O_2A'}$ en fonction de $\frac{1}{O_2A}$ est la suivante:



Quelle est la distance focale image de la lentille L_2 ?

Question n°13

Considérons le diagramme ci-avant. Les quatre quadrants sont numérotés.
A quel quadrant correspond l'usage de la loupe? Justifier votre réponse.

Question n°14

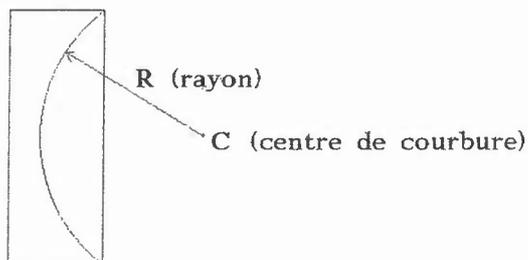
A quel quadrant correspond l'usage d'un projecteur de diapositives?
Justifier votre réponse.

Question n°15

Une lentille convergente peut-elle donner d'un objet virtuel une image virtuelle? Justifier votre réponse.

TP n°2

Lors de la première manipulation de ce TP, vous avez manipulé avec deux lentilles en plexiglass s'emboîtant parfaitement:



Question n°16

La lentille à bord mince est-elle convergente ou divergente?

Question n°17

La distance focale de la lentille à bord mince est-elle la même suivant qu'elle présente d'abord à la lumière sa face bombée ou sa face plane?

Question n°18



La lentille à bord épais est-elle convergente ou divergente?

Question n°19

Quelle est la vergence du système optique constitué par les deux lentilles accolées?

La seconde manipulation de ce TP concernait la modélisation de l'œil humain.

Question n°20

Comment appelle-t-on le point de vision nette le plus proche?

Question n°21

Comment appelle-t-on le point de vision nette le plus éloigné?

Question n°22

Qu'est-ce-qu'un œil emmétrope?

Dans cette manipulation, vous disposiez de 5 lentilles notées A, B, C, -500 mm et +1000 mm.

Question n°23

Quel défaut de l'œil pouvait être corrigé avec la lentille -500 mm?

Question n°24

Quelle est la vergence de la lentille notée -500 mm?

Question n°25

Quel défaut de l'œil pouvait être corrigé avec la lentille +1000 mm?

Question n°26

Quelle est la vergence de la lentille notée +1000 mm?

L'œil humain voit deux points distincts s'ils ont un écart angulaire supérieur ou égal à 1'.

On dira que le pouvoir séparateur de l'œil est de une minute d'angle.

Question n°27

Calculer le pouvoir séparateur de l'œil en radian:

Question n°28

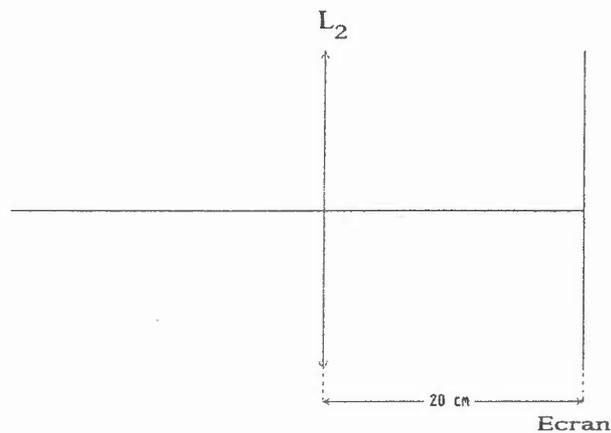
Quelle est la plus petite dimension observable pour l'œil, lorsqu'un objet est situé à 30 cm ?

TP n°3

Ce TP avait pour thème la loupe et le microscope.

Question n°29

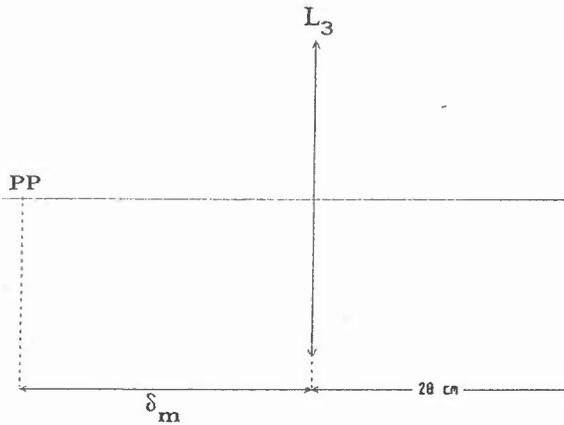
Vous avez modélisé un œil réglé à l'infini à l'aide d'une lentille convergente L_2 et d'un écran.



Quelle est la vergence de la lentille L_2 ?

Question n°30

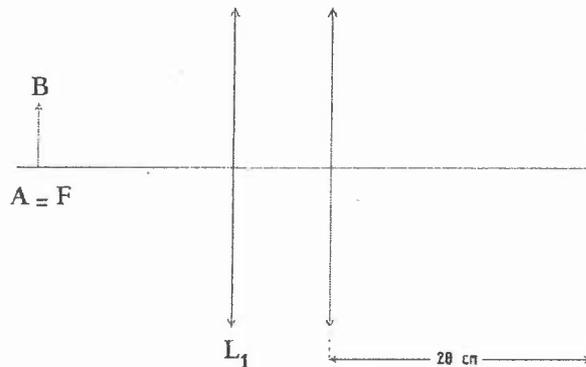
Pour simuler l'œil artificiel réglé à son PP (punctum proximum), vous avez remplacé la lentille L_2 par une lentille de vergence plus importante L_3 .



La vergence de L_3 étant de 10 dioptries, calculer la distance minimale de vision distincte δ_m :

Question n°31

Lors de l'étude de la loupe L_1 , vous avez placé un objet AB dans le plan focal objet de la loupe:



Construire sur le schéma ci-dessus l'image A_0B_0 de l'objet AB se formant sur la rétine de l'œil artificiel réglé à l'infini.

Question n°32

La puissance d'un instrument d'optique est donnée par la relation $P = \frac{\alpha'}{AB}$ où α' est le

diamètre apparent de l'objet AB vu à travers l'instrument.

A quelles conditions cette puissance s'apparente-t-elle à la puissance intrinsèque?

Question n°33

La loupe L_1 a une distance focale image $f'_1 = 15$ cm.
Que vaut la puissance intrinsèque de cette loupe?

Question n°34

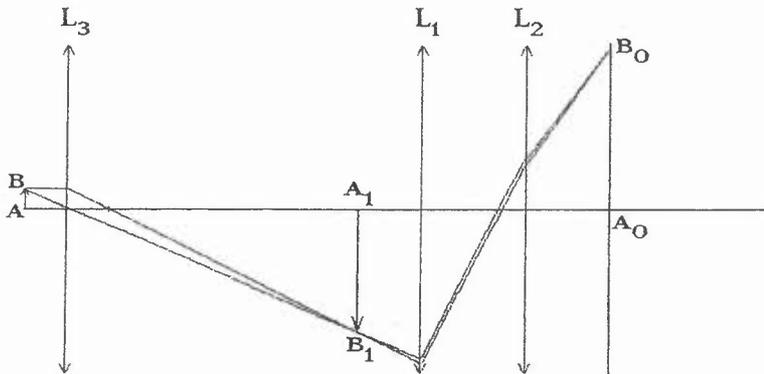
Pourquoi la puissance intrinsèque d'une loupe est-elle limitée à une cinquantaine de dioptries?

Vous avez réalisé un modèle simplifié de microscope.

Pour cela, vous avez réalisé une image agrandie d'un petit objet AB à l'aide d'une lentille L_3 , jouant le rôle d'objectif, de distance focale $+10$ cm.

Cette image agrandie A_1B_1 a été placée dans le plan focal objet d'une lentille L_1 de distance focale $+15$ cm. Cette lentille L_1 jouant le rôle d'oculaire.

-Vous avez placé enfin après l'oculaire l'œil artificiel réglé à l'infini:



Question n°35

Où se situe l'image de AB donnée par le microscope (lentilles $L_3 + L_1$) ?

Question n°36

La taille de l'image A_0B_0 de AB qui se forme sur la rétine de l'œil artificiel dépend-elle de la position de l'œil artificiel ?

Question n°37

La puissance d'un instrument d'optique est donnée par la relation $P = \frac{\alpha'}{AB}$ où α' est le diamètre apparent de l'objet AB vu à travers l'instrument.

Etablir l'expression de la puissance intrinsèque du microscope en fonction du grandissement de l'objectif et de la puissance intrinsèque de l'oculaire:

Question n°38

Le grandissement γ_1 de l'objectif vaut -10.
Calculer la puissance intrinsèque du microscope:

Question n°39

Donner un ordre de grandeur du pouvoir séparateur d'un microscope optique:

Question n°40

Donner la définition de la profondeur de champ (ou latitude de mise au point) d'un instrument d'optique:

Semestre 1

Session 2



UNIVERSITÉ DE NANTES

U.F.R. des Sciences et des Techniques

S.E.V.E. Bureau des Examens

Année universitaire 2012-2013

Semestre 1 2

Session 1 2

Nom de l'U.E. :

Mathématiques et Physique Appliquée

Code de l'U.E. :

X1X0012

Date de l'examen :

2013

Durée :

Documents autorisés :

Aucun

Calculatrice autorisée

oui non

Type : Non-alphanumérique

Vision oculaire et instruments d'optique

Chaque exercice peut être traité indépendamment des autres. Dans tous les exercices, on considèrera que les conditions de Gauss sont satisfaites et que l'œil humain peut être assimilé à une lentille mince convergente L de distance focale variable avec une distance lentille-rétine fixe définie par la taille de l'œil qu'on prendra égale à 20 mm (cas d'un œil humain).

EXERCICE 1

Déterminer par construction, la position des images et le grandissement (image A_1B_1 et image A_2B_2). Préciser la taille des images déterminée graphiquement. Vérifier ensuite les résultats par les calculs.

$$\overline{AB} = 1 \text{ cm}$$

$$f'_1 = +1 \text{ cm} ; f'_2 = -1 \text{ cm}$$

$$O_1A = -2 \text{ cm} ; O_1O_2 = +3 \text{ cm}$$

Réponses :

● Nature de l'image :

$$\overline{A_1B_1} =$$

$$\overline{A_2B_2} =$$

● Taille de l'image :

$$\overline{A_1B_1} =$$

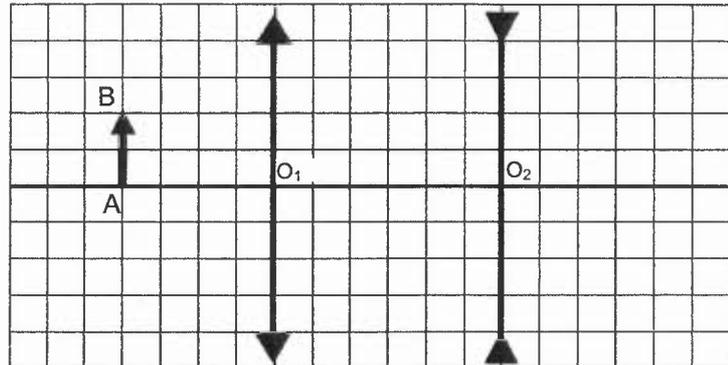
$$\overline{A_2B_2} =$$

● Grandissement :

$$\gamma_1 =$$

$$\gamma_2 =$$

$$\gamma =$$



2 carreaux = 1 cm

Vérifier par les calculs :

a) la position de l'image $\overline{A_1B_1}$

b) le grandissement γ_1

c) la position de l'image $\overline{A_2B_2}$

d) le grandissement γ_2

e) la taille de l'image $\overline{A_2B_2}$

EXERCICE 2

Une personne regarde un tableau de peintre dans un musée. Elle a dû s'approcher à une distance de 50 cm pour voir nettement le tableau sans accommodation.

a) De quelle amétropie est-elle atteinte ?

b) Où doit apparaître l'image d'un objet situé à l'infini pour que cette personne puisse la voir sans accommodation ?

c) Quelle doit être la vergence V des verres correcteurs pour corriger la vision de loin de cette personne ? On considérera que les verres correcteurs sont collés à l'œil (lentilles de contact).

EXERCICE 3 : La loupe

On utilise une loupe de distance focale image 5 cm en plaçant l'objet de hauteur 2,5 cm à 4 cm avant la loupe.

a) Calculer la position de l'image et le grandissement linéaire.

b) Un œil dont le *punctum remotum* PR est à l'infini et dont le *punctum proximum* PP se situe à 25 cm observe l'image : l'image est-elle nette si l'œil est positionné à 5 cm de la loupe ?

c) Calculer le grossissement de cette loupe de 5 cm de distance focale, en admettant que la distance minimale de vision distincte est de 20 cm et de 7,5 cm (sujet myope).

Semestre 2
Session 1

Examen du 14 Mai 2013

Durée de l'épreuve : 1h30.

Les appareils électroniques et les documents sont interdits.

Toutes les réponses doivent être justifiées. La rédaction sera prise en compte dans la note. Les exercices sont indépendants et peuvent être traités dans n'importe quel ordre.

Questions de Cours

- Soit $P \in \mathbb{K}[X]$ un polynôme et $a \in \mathbb{K}$ une racine de P . Donner la définition d'une racine multiple d'un polynôme et montrer que a est une racine multiple de P si et seulement si $P'(a) = 0$.
- Donner l'énoncé et la démonstration du petit théorème de Fermat.

Exercice 1.

- Soit $M = \{1, 2, 3, 4\}$, $N = \{5, 6\}$. Combien y a-t-il d'applications surjectives de M dans N ?
- Soit X, Y des ensembles, $A, B, C \subset X$ et $f : X \rightarrow Y$ une application.
 - Montrer que $f(A \cap B \cap C) \subset f(A) \cap f(B) \cap f(C)$.
 - Montrer que si f est injective alors on a

$$f(A \cap B \cap C) = f(A) \cap f(B) \cap f(C).$$

- Donner un exemple d'une application f non-injective pour laquelle

$$f(A \cap B \cap C) \neq f(A) \cap f(B) \cap f(C).$$

Exercice 2.

- Déterminer les restes des divisions euclidiennes de :

$$1001^{16} - 1 \text{ par } 17 \text{ et } 1001^{20} - 1 \text{ par } 21.$$

- Trouver toutes les solutions de l'équation diophantienne

$$100x - 49y = 1.$$

UNIVERSITÉ DE NANTES
X2M0040, EXAMEN 2ÈME SEMESTRE 1ÈRE SESSION

Exercice 1) On considère la courbe paramétrée $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ donnée par

$$\gamma(t) = (e^t \cos t, e^t \sin t).$$

1. Montrez que l'équation de la courbe est donnée par $r = e^\theta$ en coordonnées polaires.
2. Dessinez la courbe du plan correspondante.
3. Montrez que la courbe γ est régulière.
4. Calculez la courbure $\kappa(t)$ de la courbe γ au temps t .

Exercice 2) Soit $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la fonction réelle donnée par

$$f(x, y) = xe^y - x + y$$

pour tout point (x, y) de \mathbb{R}^2 .

1. Montrez que f est de classe C^2 .
2. Déterminez les points critiques de f .
3. Ecrivez le développement limité à l'ordre 2 de la fonction f au point(s) critique(s).
4. Déterminez la nature du (ou des) point(s) critique(s).

Exercice 3) Soit $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ le champ de vecteur de \mathbb{R}^2 de la forme $F(x, y) = (u(x, y), v(x, y))$, où u et v sont des fonctions réelles données par

$$u(x, y) = x + y^2, \quad v(x, y) = y.$$

pour tout point (x, y) de \mathbb{R}^2 .

Par ailleurs, on considère le domaine D de \mathbb{R}^2 donné par les conditions :

$$0 \leq x \leq 1 \text{ et } x \leq y \leq 1 + x$$

1. Calculez directement l'intégrale double $\int_D \text{rot} F dx dy$.
2. Calculez le travail de F le long de chacun des segments du bord de D .
3. Énoncez le théorème de Green-Riemann et montrez que les résultats obtenus ci-dessus sont cohérents avec le théorème.

Licence Mathéco, Module X2M0050

Analyse réelle

Session du 15 mai 2013, durée : 2h.

Exercice 1 Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation du second degré

$$x^2 - 2x + 5 = 0.$$

Exercice 2

Déterminer les limites suivantes :

1. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 + 5}{n\sqrt{n^2 + 1} + n}$
2. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\cos n}{\sqrt{n^2 + 1}}$

Exercice 3 On considère la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = \frac{(1+x)^3}{1+x^3}$.

1. Montrer que la fonction f a pour maximum 4.
2. En déduire que si a et b sont deux réels positifs, on a

$$(a+b)^3 \leq 4(a^3 + b^3).$$

Exercice 4

1. Déterminer le développement limité à l'ordre 2 au voisinage de $x = 0$ des fonctions suivantes :

(a) $f(x) = e^x \sin x$

(b) $g(x) = \cos x - \frac{\sin x}{x}$

2. En déduire les limites suivantes

(a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 \left(e^{\frac{1}{n}} \sin \frac{1}{n} - 1 \right)$

(b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 \left(\cos \frac{1}{n} - n \sin \frac{1}{n} \right)$

Examen de Mathématiques et calcul 1

16 mai 2013

Document autorisé : une feuille A4 recto-verso manuscrite. Aucune machine autorisée. Durée : 1 heure 30 minutes.

exercice 1

1) Calculer le développement limité à l'ordre 5 en 0 de la fonction

$$f(x) = \frac{1}{1 + \ln(1 + x^2)}.$$

2) Trouver le comportement de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ définie pour $n > 0$ par

$$u_n = n^4 f\left(\frac{1}{n}\right) - n^4 + n^2.$$

exercice 2

Calculer l'intégrale suivante :

$$\int_{-1}^2 x e^x dx.$$

exercice 3

Calculer les produits de matrices AB et BA avec

$$A = \begin{pmatrix} 1 & x \\ x & -x^2 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad B = \begin{pmatrix} x^2 & x \\ x & -1 \end{pmatrix}.$$

exercice 4

Résoudre l'équation différentielle :

$$y''(x) + 4y'(x) + 5y(x) = \cos x.$$

Semestre 2

Session 2

UE X1X0011 - Mathématiques

Session 2

Durée : 1 H 15

Document autorisé : une feuille format A4 recto verso.

Calculatrices non autorisées.

Les exercices sont indépendants.

Les réponses seront justifiées.

Exercice 1 :

Trouver les nombres complexes z qui vérifient l'équation :

$$z^2 = 3 + 4i$$

Exercice 2 :

1). Trouver deux réels a et b tels que, pour tout réel x de l'intervalle $[2, 4]$, on ait l'égalité suivante :

$$\frac{1}{x(x-1)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x-1}$$

2). Calculer l'intégrale $I = \int_2^4 \frac{dx}{x(x-1)}$.

Exercice 3 :

Soit la fonction de variable réelle $f(x) = \frac{\ln(x^2 - x + 1)}{x^2 + 2x - 3}$.

1). Quel est le domaine de définition de f ?

2). Calculer les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$.

3). Calculer la dérivée $f'(x)$ de $f(x)$.

Exercice 4 :

Résoudre sur \mathbb{R} l'équation différentielle suivante :

$$(E) \quad y'' = 9y + x$$