PHYSIQUE

Session 2
Rattrapages

Année universitaire 2013-2014

Semestre ☐ 1 ☒ 2

Session ☐ 1 ☒ 2

UNIVERSITÉ DE NANTES

U.F.R. des Sciences et des Techniques

S.E.V.E. Bureau des Examens

Nom de l'U.E. : Mécanique du point

Code de l'U.E. : S2P0100

Code de l'E.C. :

Date de l'examen : Mardi 24 juin 2014

Durée : 2h00

Documents autorisés : Aucun document autorisé

Calculatrice autorisée ☒ oui ☐ non Type : non programmable

Numéro d'anonymat : (si réponse sur le sujet)

Le soin apporté à la rédaction sera pris en compte dans la notation

Questions de cours : Forces centrales (20 points)

Supposons que se trouve en O un point matériel de masse m_O et en M un point matériel de masse m. M sera soumis à la force d'interaction gravitationnelle $\vec{F}_g$. On travaillera en coordonnées polaires. G est la constante de gravitation universelle.

1 – Donner l'expression de $\vec{F}_g$ dans la base des coordonnées polaires. Faire un schéma sur lequel on portera r, θ, $\vec{F}_g$ et la base ($\vec{e}_r$, $\vec{e}_\theta$).

2 – $\vec{F}_g$ est une force centrale et conservative. Expliquer en détail ces deux qualificatifs.

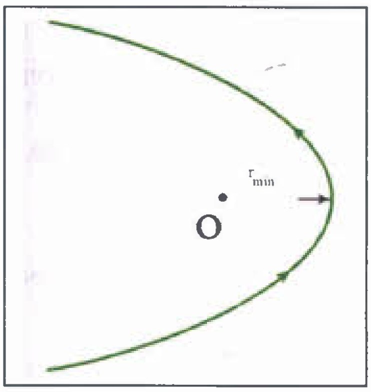
3 – Déterminer l'expression de l'énergie potentielle $E_p(r)$ associée à $\vec{F}_g$. On choisira la référence d'énergie potentielle nulle à l'infini : $E_p(r\to\infty) = 0$

4 – Démontrer que pour une force centrale, le moment cinétique $\vec{L}_O(M)$ du point M par rapport à O se conserve. Que peut-on alors en conclure pour ce type de mouvement ?
Calculer le moment cinétique $\vec{L}_O(M)$ en coordonnées polaires dans ce cas. En déduire que $r^2\dot{\theta} = Cte = C$. Comment appelle-t-on cette constante C ?

5 – Que vaut l'énergie mécanique $E_m(M)$ du point M ? On l'exprimera en fonction de G, m_O, m, r , $\dot{r}$ et C.

6 – On a démontré en cours que l'équation de la trajectoire d'un point M soumis à une force de gravitation est une conique de foyer O, de paramètre p et d'excentricité e dont l'expression est la suivante :

$$r = \frac{p}{1 + e\cos\theta}$$



L'énergie mécanique peut alors s'écrire en fonction de K, e et p :

$$E_m(M) = \frac{K}{2p}\left[1 - e^2\right]$$

avec $K = G.m_O.m$

Cas d'une trajectoire parabolique :

a - Que vaut alors l'excentricité e ?

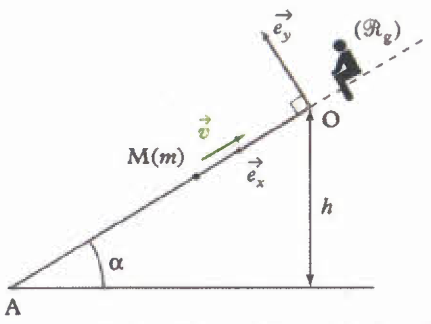
b - Que vaut $E_m(M)$?

c - Que vaut la distance de plus courte approche r_{min} en fonction de G, m_O , C ?

d - On peut aussi obtenir la vitesse de libération v_L , c'est-à-dire la vitesse minimum à donner au point matériel M lorsqu'il se trouve à une distance r_0 du centre de force O pour qu'il se libère de l'attraction du point matériel O. Que vaut v_L en fonction de G, m_O et r_0 ?

Exercice 1 : Théorème de l'énergie cinétique (8,5 points)

On lance depuis le point A, un point matériel M de masse *m* avec une vitesse initiale v_0 selon la ligne de plus grande pente d'un plan incliné faisant un angle α avec l'horizontale. Il glisse sans frottement sur ce plan. On travaille dans le référentiel galiléen $R_g(O;\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.



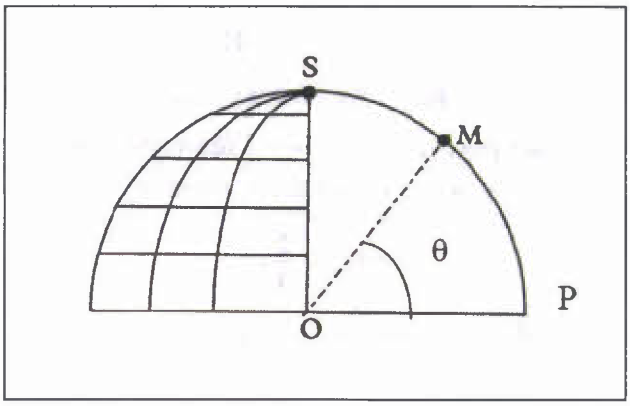
On repère la position du point M à l'aide de : $\overrightarrow{OM} = x\vec{e}_x$

1 - Déterminer en utilisant le théorème de l'énergie cinétique, la vitesse du point matériel M en un point quelconque de sa trajectoire. On l'exprimera en fonction de v_0, g, h, x et α.

2 – Jusqu'à quelle position x_f le point matériel va-t-il monter ? On exprimera x_f en fonction de v_0, g, h et α

Exercice 2 : PFD et Energie mécanique (11,5 points)

Un esquimau de masse m se laisse glisser sans frottement depuis le point S en haut d'un igloo hémisphérique de rayon R. Sa position sur l'igloo est repérée par l'angle θ avec la verticale. On travaillera dans les bases $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ et $(\vec{e}_x, \vec{e}_y)$. On prendra $\vec{e}_x$ selon $\overrightarrow{OP}$ et $\vec{e}_y$ selon $\overrightarrow{OS}$.



1 – Faire un schéma sur lequel on portera les vecteurs de base $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ et les forces appliquées.

2 – A l'aide du théorème de l'énergie mécanique, exprimer la vitesse v de l'esquimau en un point M quelconque, en fonction de g, R et θ. On justifiera l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur.

3 – En appliquant le PFD, exprimer la force exercée par l'igloo sur l'esquimau en fonction de m, g, R, θ et de la vitesse v correspondant à cet angle.

4 – Quelle est la valeur de l'angle θ_0 pour lequel l'esquimau perd contact avec l'igloo. On trouvera de l'ordre de 40°.