Devoir surveillé de Composites

Option Polymères et Composites, Polytech'Nantes, 2012-2013.
Documents autorisés : 2 pages de notes manuscrites et les formulaires sur l'anisotropie.

14 janvier 2013.

1 Questions de cours (8 pts)

1. Réponse :
$$E_c = V_F E_f + (1 - V_f) E_m$$
Obtenu dans l'hypothèse que la déformation des fibres est égale à celle de la matrice : $\varepsilon_c = \varepsilon_f = \varepsilon_m$.

2. c'est l'allongement à rupture des fibres A_f, celles-ci cassent généralement avant la matrice qui est plus déformable. La résistance maximale du composite s'exprime comme
$$R_m = V_F R_m^f + (1 - V_f) E_m A_f$$
si la matrice a un comportement élastique fragile, ou
$$R_m = V_F R_m^f + (1 - V_f) \sigma_m(A_f)$$
si son comportement est élasto-plastique.

3. Dans la théorie de Kirschhoff-Love, on est dans l'hypothèse des contraintes planes. Au niveau cinématique, il est supposé que toute ligne perpendiculaire au plan moyen subit un mouvement de solide rigide et qu'elle reste perpendiculaire au plan moyen de la plaque :
$$\vec{u}(M) = \vec{u}(G) + \Omega \times \overrightarrow{GM}$$
Ce modèle peut s'avérer insuffisant quand l'épaisseur de la plaque n'est plus négligeable devant ses dimensions transverses ou qu'il y a des chargement sur les faces de la plaque.

4. On peut proposer tout type de stratification non symétrique, avec toutefois une raideur des couches supérieure dans la partie située sous le plan moyen de la plaque. Un empilement 0/90 peut par exemple convenir. Justification : dans ce cas, la matrice de couplage $\boldsymbol{B}$ n'est pas nulle et il existe un couplage entre la traction imposée (voir figure) et la flexion perpendiculairement au sens de traction. Pour éviter ce phénomène, il suffit de symétriser l'empilement, par exemple en ajoutant des couches 90/0.

2 Symétries élastiques (4 pts)

Microstructure	Type d'anisotropie
a	orthotrope
b	orthotrope
c	isotrope transverse (cas UD vu en cours)
d	isotrope (a priori pas de direction privilégiée)
e	isotrope transverse (la porosité est allongée dans la direction de l'os)

3 Exercice (8 pts)

1. **(1 pt)**

$$\boldsymbol{Q} = \begin{bmatrix} 38.94 & 2.95 & 0 \\ 2.95 & 9.22 & 0 \\ 0 & 0 & 3.6 \end{bmatrix}$$

2. **(2 pts)**

$$\boldsymbol{Q}_{30} = \begin{bmatrix} 24.94 & 9.53 & 14.47 \\ 9.53 & 10.08 & 3.73 \\ 14.47 & 3.73 & 16.75 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{Q}_{-30} = \begin{bmatrix} 24.94 & 9.53 & -14.47 \\ 9.53 & 10.08 & -3.73 \\ -14.47 & -3.73 & 16.75 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{Q}_{-15} = \begin{bmatrix} 34.76 & 5.14 & -10.62 \\ 5.14 & 9.02 & 0.114 \\ -10.62 & 0.114 & 7.98 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{Q}_{+15} = \begin{bmatrix} 34.76 & 5.14 & 10.62 \\ 5.14 & 9.02 & -0.114 \\ 10.62 & -0.114 & 7.98 \end{bmatrix}$$

3. **(2 pts)**

$$\boldsymbol{A} = (Q_{30} + Q_{-30}) \times 1.010^{-3} + (Q_{15} + Q_{-15}) \times 1.510^{-3}$$

$$\boldsymbol{B} = \frac{1}{2}\Big[\boldsymbol{Q}_{30}(e_1+e_2)e_2 - \boldsymbol{Q}_{-30}e_2^2 - \boldsymbol{Q}_{15}(e_1+e_2)e_1 + \boldsymbol{Q}_{-15}e_1^2\Big]$$

$$\boldsymbol{D} = \frac{1}{3}\Big[\boldsymbol{Q}_{30}((e_1+e_2)^3 - e_1^3) + \boldsymbol{Q}_{-30}e_2^3 + \boldsymbol{Q}_{15}(-e_2^3 + (e_1+e_2)^3) + \boldsymbol{Q}_{-15}e_1^3\Big]$$

4. **(2 pts)** Donner les valeurs numériques de ces mêmes matrices.

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 154.1 & 34.5 & 0 \\ 34.5 & 47.2 & 0 \\ 0 & 0 & 57.4 \end{bmatrix} \times 10^6 N.m^{-1}$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} -14.7 & 6.57 & -3.66 \\ 6.57 & 1.58 & 9.76 \\ -3.66 & 9.76 & 13.1 \end{bmatrix} \times 10^3 N$$

$$\boldsymbol{D} = \begin{bmatrix} 318.7 & 72.9 & 94.1 \\ 72.9 & 98.6 & 13.6 \\ 94.1 & 13.6 & 121.9 \end{bmatrix} N.m$$

5. **(1 pt)** Il existera un couplage membrane flexion car $\boldsymbol{B}$ n'est pas nulle.

6. **(+1 ou 2 pts selon avancement)** En un point donné d'une structure composite, ce matériau est soumis à des efforts de membrane $\vec{N}$ tels que : $N_x = 1000$ N.mm^{-1}, $N_y = 500$ N.mm^{-1} et $N_{xy} = 250$ N.mm^{-1}.
   Déterminer numériquement en ce point les valeurs de déformations en membrane $\{\hat{\varepsilon}\}$ et en courbure $\{\hat{\chi}\}$.
   1 point de bonus pour la réponse à cette question !

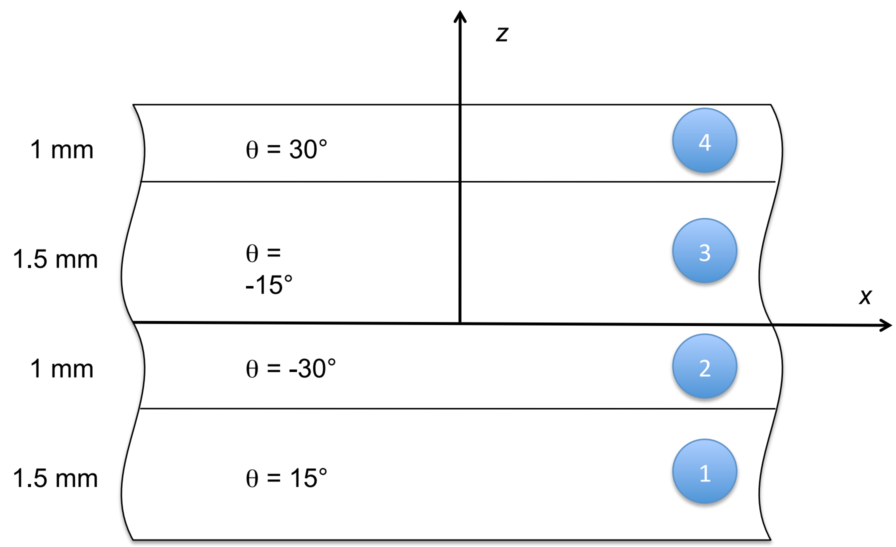

Figure 1: Composite stratifié antisymétrique.